AS PRINCIPAIS DIFICULDADES APRESENTADAS POR ALUNOS DO DISTRITO FEDERAL NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA

THE MAIN DIFFICULTIES PRESENTED BY STUDENTS OF THE FEDERAL DISTRICT IN THE TEACHING-LEARNING PROCESS OF TRIGONOMETRICS

Lucas Oliveira Corado,
Luciana Moreira Braga

RESUMO

A seguinte pesquisa tem como objetivo identificar as principais dificuldades apresentadas por alunos do sistema de ensino do Distrito Federal no estudo da Trigonometria. Com base em observações presenciais de aulas de trigonometria em escolas do Distrito Federal, verificou-se a necessidade de produzir uma pesquisa com este assunto, apresentando aspectos teóricos acerca do processo de ensino e aprendizagem da trigonometria e relacionando os conteúdos às habilidades e competências previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Para tanto, adotou-se o método de Pesquisa Bibliográfica a fim de atingir os objetivos propostos.

Palavras-chave: Trigonometria; Triângulo Retângulo; Ensino-Aprendizagem; Pesquisa Bibliográfica.

ABSTRACT

The following research aims to identify the main difficulties presented by Distrito Federal's educational system students. Based on in-person observations of Distrito Federal's schools trigonometry classes, it was found necessary to produce a research about this topic, presenting theoretical aspects about the process of teaching and learning trigonometry and relating the subject to the abilities and competences stipulated by the Common National Curriculum Base (BNCC). For this purpose, the Bibliographic Research method was adopted in order to achieve the proposed goals.

Key-words: *Trigonometry; Right Triangle; Teaching-Learning; Bibliographic Research*

Introdução

A Trigonometria é uma área de estudo da Matemática trabalhada ao longo do Ensino Fundamental por meio dos conhecimentos relacionados ao triângulo retângulo, e no Ensino Médio, abordando conteúdos como Ciclo Trigonométrico e as Funções Trigonométricas. A relevância do tema encontra-se na possibilidade de medir distâncias entre dois objetos tomando como referência a altura de um dos e angulatura do outro, a interdisciplinaridade entre as componentes curriculares Ciências e Matemática no Ensino Fundamental e Física, Matemática e Astronomia no Ensino Médio e nas dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos estudantes da Educação Básica, que tem exigido reflexões acerca das metodologias utilizadas para o ensino e aprendizagem da Trigonometria.

Ao estudar as dificuldades de aprendizagem relacionadas à Trigonometria, é possível perceber que o teor abstrato do tema tem contribuído sobremaneira para o desinteresse, baixa produtividade e falta de assimilação dos conteúdos por grande parte dos estudantes (Gur 2009; Dionizio & Brandt 2011). Outro fator observado para o baixo desempenho dos estudantes é a metodologia de ensino adotada pelo

professor em sala de aula (Orhun 2004; Tuna & Kaçar 2013). No Distrito Federal, a situação não foge muito desta realidade, onde alunos apresentam diversas dificuldades voltadas ao conceito de ângulos e de outros elementos fundamentais para o estudo da Trigonometria (Feijó 2018).

Neste contexto, emerge a questão: Quais são as principais dificuldades apresentadas pelos estudantes no processo de ensino-aprendizagem de Trigonometria? Com vista a resposta para a questão apresentada, foi elaborada uma pesquisa científica, cujo objetivo geral é apresentar as principais dificuldades do ensino e aprendizagem da Trigonometria na Educação Básica do Distrito Federal, sendo estabelecidos como objetivos específicos: apresentar breve introdução histórica acerca da Trigonometria; identificar as competências e habilidades específicas previstas pela (BNCC) e Investigar as principais dificuldades no ensino da Trigonometria apresentadas por pesquisas de outros autores.

Para tanto, foi realizada uma pesquisa bibliográfica, por meio da qual buscou-se obras publicadas para conhecer e analisar o tema problema da pesquisa a ser realizada. Como ensina Fonseca (2002, p. 32) a pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros e artigos científicos.

Um pouco de História

A trigonometria é uma importante área de estudo da Matemática que pode ser aplicada para resolver diversos problemas, como por exemplo descobrir a altura de um prédio sabendo a distância entre ele e um ponto específico, e também o ângulo formado pela reta imaginária que vai do ponto específico até o topo da construção. Existem várias outras situações onde se utiliza da trigonometria para resolvê-las, e se hoje em dia existe a possibilidade de se aplicá-la para tais tarefas, é graças à vários estudiosos que, por diversos motivos, necessidades e também curiosidades, descobriram ao longo do tempo certas relações métricas em figuras geométricas, mais especificamente o triângulo, que juntas são chamadas de Relações trigonométricas nos dias atuais.

A história da trigonometria começa a ser contada no Egito, aproximadamente 1650 a.C, através do Papiro de Ahmes ou Papiro de Rhind (Da Costa, 2003). Segundo Da Costa (2003), este Papiro faz menção à uma palavra chamada de **seqt**, e ainda que não se saiba exatamente o que ela significa, pode-se dizer que o **seqt** de uma pirâmide regular seja equivalente à cotangente nos dias atuais. Além disso, de acordo a mesma autora, os egípcios eram capazes de calcular a hora do dia através do tamanho da sombra de uma vara vertical fixada no chão.

Seguindo para a Grécia, houveram grandes contribuições para a trigonometria com os estudos de Tales de Mileto acerca das semelhanças entre retas paralelas e transversais, que são aplicadas para observar semelhanças entre triângulos, e seu discípulo Pitágoras, que desenvolveu o teorema que leva seu nome, teorema esse que é base para a relação fundamental trigonométrica nos dias de hoje. (Da Costa, 2003).

De acordo com Feijó (2018), por ter organizado o que se acredita ser a primeira tabela trigonométrica, Hiparco de Niceia (180-125 a.C.) foi considerado o “pai da trigonometria”. Esta tabela, segunda Silva (2015), seria: “[...] uma tábua de cordas,

com os valores dos seus arcos para uma série de ângulos, fazendo cálculos para usá-los em seus estudos de Astronomia.”

Contudo, a palavra trigonometria foi utilizada pela primeira vez pelo Matemático alemão Bartholomaues Pitiscus (1561 – 1613 d.C.) na sua publicação de 1595 chamada de *Trigonometria: sive de solutione triangularum tractatus brevis et perspicuus*. (Fajó 2018, apud GULLBERG, 1997, p.458).

Quem estuda trigonometria se depara com expressões que nomeiam algumas das relações métrica do triângulo, como por exemplo Seno, Cosseno e a Tangente, porém muitos não sabem da procedência dessas palavras. O nome Seno vem do Latim e significa volta, curva, cavidade, mas segundo Silva (2015) “[...] é a tradução latina da palavra árabe *jaib*, que significa dobra, bolso ou prega de uma vestimenta que não tem nada a ver com o conceito matemático de seno. Trata-se de uma tradução defeituosa que dura até hoje”. Hoje em dia, Seno é conhecido como a razão entre cateto oposto e a hipotenusa de um triângulo retângulo.

A palavra Cosseno passou a existir no século XVII a partir da ideia de ser o seno de um ângulo complementar e, atualmente, é conhecido por ser a razão entre o cateto adjacente de um ângulo com a hipotenusa do triângulo retângulo. (Silva, 2015).

Já a função tangente era a antiga função sombra, que tinha relação com as sombras projetadas por varas posicionadas horizontalmente. Como dito por Silva (2015): “A variação na elevação do Sol causava uma variação no ângulo que os raios solares formavam com a vara e, portanto, modificava o tamanho da sombra. Hoje a tangente é a razão entre o cateto oposto (CO) e o cateto adjacente (CA) de um triângulo retângulo.”

Com isso, é visível que os elementos que envolvem a trigonometria passaram por várias etapas, sendo associados à geometria necessária para estudos astronômicos, antes de se tornar o que é conhecido atualmente por trigonometria. Agora, é importante conceituar alguns dos elementos que fazem parte do estudo da Trigonometria e, posteriormente, analisar o que os documentos oficiais que padronizam a educação no Brasil e no Distrito federal falam sobre esta importante área do estudo matemático.

O Triângulo Retângulo

O triângulo é uma figura geométrica que têm três lados e três ângulos internos. Chamando seus vértices de A, B e C, e seus lados de a , b e c , segundo lezzi (1993, p.10-11), se o ângulo interno $\hat{A}$ de um triângulo for igual à 90° , ou seja, um ângulo reto, esse triângulo será retângulo.

lezzi (1993, p.11) diz que o lado $\overline{BC}$, oposto ao ângulo reto $\hat{A}$ é chamado de hipotenusa do triângulo, e os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ são os catetos, e para facilitar a compreensão, pode-se chamar a hipotenusa de a , e os catetos de b e c .

Uma das mais importantes relações no triângulo retângulo é o conhecido teorema de Pitágoras, que segundo lezzi (1993, p.11) é enunciado da seguinte forma: “O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos”. Em outras palavras, o seguinte:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Segundo lezzi (1993, p.11-12), se fixado um ângulo agudo $\hat{B}$ em um triângulo retângulo, tem-se as seguintes relações:

Tabela 1 – Razões trigonométricas no triângulo retângulo

Seno de um ângulo agudo é a razão entre o cateto oposto ao ângulo e a hipotenusa.	$\text{sen } \hat{B} = b/a$
Cosseno de um ângulo agudo é a razão entre o cateto adjacente ao ângulo e a hipotenusa	$\text{cos } \hat{B} = c/a$
Tangente de um ângulo agudo é a razão entre o cateto oposto ao ângulo e o cateto adjacente ao ângulo.	$\text{tg } \hat{B} = b/c$

Fonte: Fundamento de matemática elementar volume 3

Com essa tabela é possível determinar algumas relações fundamentais da trigonometria juntamente com o uso do teorema de Pitágoras. De acordo com Iezze (1993, p.14), se $\text{sen } \hat{B} = b/a$ e $\text{cos } \hat{B} = c/a$, então $b = a \cdot \text{sen } \hat{B}$ e $c = a \cdot \text{cos } \hat{B}$. Como o teorema de Pitágoras diz que $a^2 = b^2 + c^2$, logo:

$$a^2 = (a \cdot \text{sen } \hat{B})^2 + (a \cdot \text{cos } \hat{B})^2$$

$$a^2 = a^2 \cdot \text{sen}^2 \hat{B} + a^2 \cdot \text{cos}^2 \hat{B}$$

Dividindo ambos os lados por a^2 , tem-se:

$$\text{sen}^2 \hat{B} + \text{cos}^2 \hat{B} = 1.$$

Iezze (1993, p.14) também mostra que a razão entre o seno de um ângulo com o cosseno deste mesmo ângulo é igual à tangente do ângulo, matematicamente:

$$(\text{sen } \hat{B})/(\text{cos } \hat{B}) = (b/a)/(c/a) = b/a \cdot a/c = b/c = \text{tg } \hat{B}$$

Ou seja:

$$(\text{sen } \hat{B})/(\text{cos } \hat{B}) = \text{tg } \hat{B}$$

Competências e habilidades segundo a BNCC:

Para analisar as dificuldades no aprendizado da Trigonometria no triângulo retângulo é necessário identificar o que fala a BNCC sobre o ensino da Matemática, mais especificamente sobre as competências e habilidades que devem ser trabalhadas ao longo do ano letivo pelo professor com suas turmas, a fim de se atingir o mínimo estipulado pelo documento que determina a base educacional do Brasil.

Ao todo, tem-se oito competências específicas voltadas para a Matemática no Ensino Fundamental estipuladas pelo documento, e essas competências não são voltadas apenas para a matemática em si, mas também para o preparo do aluno para viver em sociedade, como por exemplo na competência número sete, que trata da importância de não ter preconceitos: “Desenvolver e/ou discutir projetos que abordam, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.” (BNCC, p.267).

A competência de número oito estimula o trabalho em grupo, aspecto essencial para a vida em sociedade e também na maioria dos empregos atuais, onde a capacidade de cooperação pode ser um diferencial aos olhos do empregador, na íntegra a competência diz:

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BNCC, p. 267)

As competências se mostram como um enorme resumo daquilo que o aluno tem que atingir ao sair do ensino fundamental, portanto não falam sobre uma área de estudo específica como Álgebra, Geometria ou Aritmética, por exemplo. Para isso tem-se as Habilidades específicas, divididas entre os anos letivos do Ensino Fundamental. No 9º ano existem vinte e três habilidade específicas que trabalham diversas Unidades Temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

Na Unidade Temática que trata da Geometria, são trabalhados os seguintes objetos de conhecimento, de acordo com a tabela abaixo, adaptada da BNCC:

Tabela 1 – Objetos de Conhecimento trabalhados pela Geometria

Geometria	Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas interceptadas por uma transversal
	Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo
	Semelhança de triângulos
	Relações métricas no triângulo retângulo
	Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração
	Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais
	Polígonos regulares
	Distância entre pontos no plano cartesiano
Vistas ortogonais de figuras espaciais	

Fonte: Base Nacional Comum Curricular

A Trigonometria no Triângulo Retângulo será trabalhada ao decorrer dos Objetos contidos nas quatro primeiras linhas da tabela. Quanto às habilidades específicas a serem desenvolvidas nessa etapa, relacionadas ao aprendizado da

Trigonometria no Triângulo Retângulo, são ao todo cinco, que vão da EF09MA10 à EF09MA14, conforme tabela abaixo adaptada da BNCC:

Tabela 2 – Habilidades Específicas referentes ao estudo da Geometria

EF09MA10	Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
EF09MA11	Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.
EF09MA12	Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes
EF09MA13	Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.
EF09MA14	Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular

Na parte voltada para o Ensino Médio, existem ao todo cinco competências específicas determinadas pela BNCC, sendo a de número três a que se espera desenvolver habilidades referentes à Trigonometria, que são ao todo duas. A competência é a seguinte:

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BNCC, p.535)

As habilidades referentes à Trigonometria estão conforme tabela abaixo, adaptada da BNCC:

EM13MAT306	Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.
EM13MAT308	Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

Agora, é importante analisar o que há disponível na literatura, artigos e pesquisas publicadas voltadas para o tópico de trigonometria a fim de identificar as dificuldades encontradas por diferentes autores que abordaram este tema.

Posicionamento dos autores acerca das dificuldades no ensino-aprendizagem da Trigonometria

Existem vários empecilhos no aprendizado da trigonometria, principalmente para estudantes que estão tendo contato com este conteúdo pela primeira vez. Gur (2009, p. 68) diz que os estudantes acreditam que a trigonometria é uma área da matemática particularmente difícil e abstrata quando comparada com outros assuntos da própria matemática. O autor também afirma que métodos de ensino relacionados à memorização dão apenas um breve conhecimento trigonométrico, conhecimento esse que não fica retido por muito tempo pelos estudantes.

De acordo com os estudos realizados por Orhun (2004) com 77 alunos em uma escola de ensino média da Turquia, os estudantes costumam entender trigonometria como sendo as relações entre os ângulos e os lados de um triângulo retângulo. O autor conclui sua pesquisa afirmando que os alunos conhecem os conteúdos, porém os métodos de ensino utilizados pelos professores não foram os mais apropriados para ensinar tais assuntos. Orhun ainda sugere que a medida dos ângulos na trigonometria seja ensinada em radianos ao invés de graus, pois segundo ele, medir os ângulos em graus vai contra os conceitos e definições gerais da trigonometria. O autor diz ainda que muitos problemas relacionados ao ensino da trigonometria poderiam ser resolvidos se primeiramente fossem trabalhadas as definições de funções trigonométricas antes de se preocupar com ângulos.

No trabalho realizado por Tuna & Kaçar (2013) com dois diferentes grupos de uma escola na cidade de Kastamonu (Turquia), onde comparam os resultados obtidos ao ensinar trigonometria à um grupo baseado nos métodos tradicionalmente adotados pela escola e ao outro no modelo 5E, modelo esse desenvolvido nos anos 80 pelo BSCS (*Biological Science Curriculum Study*) baseado nas ideias do construtivismo (ERGIN 2012, p.14), os autores chegam à conclusão de que, para diminuir os problemas de aprendizado, os professores de matemática deveriam dar mais autonomia para seus alunos, permitindo que eles mesmos encontrem e corrijam seus próprios erros e que o papel do professor deve ser apenas o de orientar e ajudar seus alunos a desenvolver o conhecimento acerca do assunto trabalhado.

Dionizio & Brandt (2011, p. 4420) em seus estudos acerca das dificuldades apresentadas por alunos do ensino média no processo de ensino-aprendizagem de trigonometria afirmam o seguinte: “[...] A natureza das dificuldades dos alunos do ensino média em trigonometria está na falta de conceitualização dos objetos matemáticos, pois os alunos não fazem relação da forma de representação com o objeto matemático que está sendo representado.”, ou seja, os estudantes apresentam dificuldades de aprendizado por conta da forma abstrata que o conteúdo é trabalhado em sala de aula. Para superar tais dificuldades, os autores sugerem que o conteúdo seja trabalhado valorizando a operação cognitiva de conversão relacionando-o com a realidade, porém não de forma expositiva, mas de maneira articulada entre diferentes formas de representação, a fim de que o aluno tenha condição de conceitualizar os tópicos trabalhados na trigonometria e não apenas ficar preso à uma única forma de representação.

Com o exposto, é notável que os diferentes autores chegaram a resultados bem parecidos, relacionando as dificuldades de aprendizado ao modo como o assunto é abordado em sala de aula pelo professor. Com isso, é importante analisar qual a realidade do ensino da trigonometria no Distrito Federal e se possível relacionar com as pesquisas acima citadas.

O ensino da trigonometria no Distrito Federal.

Feijó (2018) buscou através da sua pesquisa de mestrado analisar quais as principais dificuldades e obstáculos apresentados pelos alunos do ensino médio do Distrito Federal. Para tanto, a autora tentou alcançar os seguintes objetivos específicos: Identificar quais são os principais obstáculos no aprendizado de trigonometria; identificar os principais erros apresentados pelos alunos nesse tema; trazer mais clareza sobre o aprendizado de trigonometria no Distrito Federal, com dados significativos sobre as dificuldades enfrentadas por professores e alunos no ensino e na aprendizagem desse tema.

Feijó observou que os problemas de aprendizado estavam presentes em todas as áreas da trigonometria, desde seus conceitos mais básicos até manipulações com elementos trigonométricos, o que indica, segundo a mesma, problemas na construção da base necessária para estudar trigonometria. Feijó também chegou a um resultado semelhante ao encontrado por Orhun (2004), afirmando que os alunos não apresentam pouco ou nenhum conhecimento acerca de radianos, e o pouco que sabem é relacionar este conceito com o número π . A autora ainda sugere que vários dos problemas no aprendizado de trigonometria estão coligados com o fato de que a geometria ficou de fora do currículo nacional por cerca de 30 anos, o que corroborou para uma má construção da base de conhecimento trigonométrico, uma vez que a geometria é extremamente necessária para a construção dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo e a definição de radiano, o que dificulta a construção de um conhecimento trigonométrico mais avançado.

Na pesquisa também é mostrado que os alunos apresentam dificuldades ao se trabalhar com ângulo, muitos não sabendo ainda da existência dos ângulo negativos.

Há indícios de que os alunos não reconhecem a existência de ângulos negativos [...] e apresentam grande dificuldade na visualização de ângulos maiores que $\pi/2$. Em especial, demonstram extrema dificuldade em trabalhar com ângulos maiores que π , constatação feita quando necessário identificar pontos no círculo trigonométrico e raízes das funções trigonométricas fora do intervalo $[0, 2\pi]$. FEIJÓ (2018).

A autora conclui sua pesquisa de mestrado ao dizer que a trigonometria é um assunto que carece de atenção dos professores de educação básica e superior e também dos autores de livros didáticos e pesquisadores de matemática.

Com isso, é visível que a realidade do ensino de Trigonometria não foge muito daquilo apresentado pelas literaturas analisadas. Ao comparar os trabalhos de Feijó e Orhun, ambos ligam a dificuldade de aprender trigonometria ao fato de se trabalhar muito pouco um de seus conceitos mais importantes, que é a medida dos ângulos em radianos. Para tentar reverter algumas das dificuldades dos alunos, faz-se necessário algum tipo de intervenção pedagógica, como por exemplo utilizar de tecnologias e softwares desenvolvidos para o estudo da matemática, como é o caso do software GeoGebra.

Alguns resultados da utilização do software GeoGebra no ensino da Trigonometria

Segundo o seu website oficial, GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, folhas de cálculo, gráficos, estatística e cálculo em uma aplicação fácil de utilizar que se tornou líder no fornecimento de software de matemática dinâmica, apoiando a ciência,

tecnologia, engenharia e matemática (STEM) educação e inovações no ensino e aprendizagem em todo o mundo. Através dele, é possível fazer construções geométricas e medir os ângulos e áreas das figuras construídas, gráficos de funções, calcular determinantes de matrizes entre muitas outras possibilidades.

Segundo Lopes (2011), em seu estudo que analisa as potencialidades e limitações do software GeoGebra no ensino e aprendizagem de Trigonometria, diz que:

O uso do GeoGebra permite encorajar o processo de descoberta e de autoavaliação dos alunos, reservando momentos ao professor, através da verificação do recurso “protocolo de construção”, analisar como os alunos entenderam os procedimentos necessários para realizar uma construção. Lopes (2010)

Lopes destaca ainda que o GeoGebra permite que as figuras construídas sejam arrastadas pela tela, possibilitando uma maneira matematicamente diferente de analisar as construções do que se estivesse sendo trabalhadas com figuras estáticas. Uma das conclusões de seu trabalho foi de que o software permite que seja feita uma exploração visual das figuras construídas, algo que não é possível apenas utilizando-se de régua e compassos, o que acaba retornando ao problema analisado por Gur que diz que uma das dificuldades apresentadas pelos alunos é abstração do conteúdo, podendo o GeoGebra ser uma possível ferramenta que minimizaria tal abstração.

No estudo de caso desenvolvido por Pedroso (2012) numa escola particular de Porto Alegre que tinha como objetivo avaliar a aprendizagem da Trigonometria propiciada por uma sequência de ensino desenvolvida em um ambiente informatizado e dinâmico, o autor concluiu que o software GeoGebra não apenas permitiu identificar as dificuldades e erros dos alunos, como também permitiu compreender de forma mais eficiente o raciocínio apresentado pelos estudante frente aos desafios propostos de modo que a professora que participou da pesquisa pôde intervir mais adequadamente na construção de conceitos referentes à trigonometria.

O uso do GeoGebra mostrou-se um programa eficaz como auxílio na elaboração de aprendizagem escolar ricas em possibilidade de construção de conhecimentos. As manipulações das figuras apresentadas para os alunos, bem como as construções realizadas por eles, promoveram dinamismo nas atividades, possibilidades de realização de tentativas, confirmação de hipóteses, observação de relações entre objetos variáveis e fixos. Pedroso (2012)

Este trecho do trabalho de Pedroso pode significar a superação de uma das dificuldades encontradas por Dionizio & Brandt, que, assim como Gur, analisou que os alunos apresentam muita dificuldade de aprendizado por conta da abstração do conteúdo, sugerindo que os professores o trabalhassem de forma mais voltada para o real, algo que os alunos consigam compreender melhor, como por exemplo a construção e manipulação de figuras utilizadas no trabalho de Pedroso.

Os resultados apresentados pelos autores são animadores, de fato a utilização do Geogebra, quando bem aplicado, pode potencializar o ensino da Trigonometria, bem como muitas outras áreas do conhecimento matemático. Porém, é importante destacar que, como observado por Lopes (2011), nem sempre há computadores disponíveis e em condições de uso nas escolas e aqueles que estão em condições não são o suficientes para todos os alunos, tanto que no trabalho desenvolvido pela

mesma foi necessário que os alunos trabalhassem em duplas. Portanto, para a utilização do software de forma eficiente, é necessário que as escolas tenham computadores à disposição dos professores em condições de uso e em números suficientes para que todos os alunos consigam acompanhar as atividades desenvolvidas de forma simultânea.

Considerações Finais

Ao longo do desenvolvimento da pesquisa, é visível que diversos alunos de várias partes do mundo apresentam dificuldades semelhantes no que se refere ao estudo da Trigonometria, conteúdo que acreditam ser abstrato.

Os métodos geralmente utilizados em sala de aula, como constatado pelos diferentes autores trabalhados, interferem de modo direto no processo de Ensino-Aprendizagem da trigonometria. O método tradicional com aulas expositivas tende a ser menos eficiente do que àqueles que apresentam não só o conteúdo para o aluno como também alguma forma de representação daquilo que ele não consegue entender apenas com palavras, como a utilização do software GeoGebra por exemplo, onde o estudante tem a liberdade para manipular as figuras construídas e constatar por si mesmo a teoria trabalhada em sala de aula.

A fim de minimizar a presença das dificuldades que os alunos podem apresentar ao estudar Trigonometria, o sistema de educação, escolas e professores podem adotar diferentes métodos de ensino que sejam mais significativo, trazendo diferentes ferramentas pedagógicas para sala de aula de modo que a abstração do conteúdo seja mais fácil de se combater.

Para que isso ocorra, é necessário que os órgãos competentes à educação dêem o suporte necessário às escolas para obtenção de diferentes materiais pedagógicos que podem potencializar a qualidade do ensino em sala de aula. É necessário também que as escolas facilitem o acesso dos professores e alunos a estes materiais, de modo que, quando solicitados, estejam em condições plenas de utilização.

REFERÊNCIAS

DA COSTA, Nielce M. Lobo. A história da trigonometria. Educação Matemática em Revista-Revista da SBEM,(10), p. 60-68, 2003.

FEIJÓ, Rachel Saffir Araújo Alves. Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria: um estudo com alunos do ensino médio do Distrito Federal. 2018.

SILVA, Evelyn Gabrielle Monteiro Gomes da. Contextualização histórica para o estudo da trigonometria e construção do teodolito no ensino fundamental. 2015.

IEZZI, Gelson. Fundamentos de matemática elementar 3: Trigonometria. 7ª Edição, São Paulo, Atual Editora, 1993.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base nacional comum curricular. Brasília, DF, 2016

GUR, Hulya. Trigonometry Learning. New Horizons in Education, v. 57, n. 1, p. 67-80, 2009.

ORHUN, Nevin. Students' mistakes and misconceptions on teaching of trigonometry. Journal of Curriculum Studies, v. 32, n. 6, p. 797-820, 2004.

ERGIN, I. Constructivist approach based 5E model and usability instructional physics. *Latin-American Journal of Physics Education*, v. 6, n. 1, p. 14-20, 2012.

TUNA, Abdulkadir; KACAR, Ahmet. The effect of 5E learning cycle model in teaching trigonometry on students' academic achievement and the permanence of their knowledge. *International Journal on New Trends in Education and Their Implications*, v. 4, n. 1, p. 73-87, 2013.

DIONIZIO, Fátima Queiroz; BRANDT, Célia Finck. Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em trigonometria. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (EDUCERE), X. 2011.

LOPES, Maria Maroni. Contribuições do software GeoGebra no ensino e aprendizagem de Trigonometria. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. 2011. p. 1-12.

PEDROSO, Leonor Wierzynski. Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do software GeoGebra. 2012.