

# MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO- APRENDIZAGEM

## MATHEMATICAL MODELING AS A TEACHING-LEARNING STRATEGY

Paloma Camilo Matusinho,  
Roberta Valéria Guedes de Lima

### RESUMO

A evolução do ensino carrega consigo uma permuta onde ensinar conteúdos puros já não são suficientes, dessa forma as mais distintas teorias para o ensino aprendizagem são desenvolvidas através de nomes primordiais como Paulo Freire, Piaget, Wallon, Skyne, Vygotsky de forma a buscar a compreensão de como a aprendizagem é alcançada, sendo ainda mais específicos diversos estudiosos trazem essas teorias para a educação matemática, surgindo assim a didática matemática que tem como princípio desenvolver teorias que possibilitem a melhor aplicabilidade e aproveitamento do conteúdo, onde seus pilares constituem a aprendizagem matemática de forma mais efetiva. A modelagem matemática, apresentada como uma estratégia para a melhoria do ensino-aprendizagem, traz em seus conceitos a idealização de se aplicar os conceitos matemáticos ao cotidiano do aluno, possibilitando um elo de ligação entre conceitos e aplicabilidade ao real. Dessa forma o estudo objetivou demonstrar como a aplicação de modelos matemáticos para contextualização do conteúdo com a vida real do discente, fazendo com que o processo de ensino aprendizagem se torne mais dinâmico e participativo.

**Palavras-chave:** Ensino-aprendizagem; Modelagem matemática; Ensino da matemática; Educação básica.

### ABSTRACT

*The evolution of teaching carries with it an exchange where teaching pure content is no longer enough, so the most distinct theories for teaching learning are developed through primordial names such as Paulo Freire, Piaget, Wallon, Skyne, Vygotsky in order to seek understanding of how learning is achieved, and even more specific, several scholars bring these theories to mathematical education, thus emerging mathematical didactics, which has the principle of developing theories that enable the best applicability and use of content, where its pillars constitute the mathematical learning of most effective way. Mathematical modeling, presented as a strategy for improving teaching-learning, brings in its concepts the idealization of applying mathematical concepts to the student's daily life, enabling a link between concepts and applicability to reality. Thus, the study aimed to demonstrate how the application of mathematical models to contextualize the content with the student's real life, making the teaching-learning process become more dynamic and participatory.*

**Keywords:** Teaching-learning; Mathematical modeling; Mathematics teaching; Basic education.

## CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O presente ensaio trata sobre a modelagem matemática como estratégia de ensino-aprendizagem. Neste sentido, cabe contextualizar o tema ao leitor.

A evolução do ensino vem trazendo consigo uma permuta onde ensinar os conteúdos puros já não são suficientes, portanto, o aluno não pode estar apto a solucionar problemas ficcionais apresentados na escola e não conseguir relacioná-los à problemas da vida real ou ainda desconsiderar os mesmos.

Observando as novas necessidades que surgem para o ensino, os mais diversos recursos tecnológicos seguem buscando melhorias ao ensino, ainda se faz necessário que os docentes procurem novas metodologias que acrescentem e auxiliem o incentivo do estudo, proporcionando um maior aporte ao aprendizado de seus discentes. Assim, o ensino por meio da modelagem matemática apresenta um diálogo entre todo o conteúdo universal, lógico e válido, preenchendo todos os lugares e tempos da matemática, fazendo com que o aluno deixe de ser passivo e torna-se ativo em seu processo de aprendizagem, tornando assim o seu conhecimento eficaz.

Portanto, o ensino matemático, por meio da modelagem matemática, traz consigo o proveito da quebra da linearidade do currículo, visto que a modelagem matemática se expressa de forma a traduzir e/ou transformar situações reais em problemas matemáticos e por fim apresenta suas soluções interpretadas através da linguagem usual. Assim, como Klüber (2016, p. 53), corrobora com essa afirmação, veja:

essa ideia de linearidade não dá conta da complexidade do currículo e da construção do conhecimento. [...] Em contrapartida a essa postura é que entendemos a Modelagem como uma possibilidade de ruptura com a linearidade do currículo, pois não são os conteúdos que determinam os problemas ou as situações, mas os problemas ou situações que determinam os conteúdos.

A partir do contexto apresentado, o estudo tem como objetivo discutir quais são as vantagens e desvantagens do ensino da matemática com modelo

matemático, sendo uma estratégia de aprimoramento do ensino-aprendizagem, que tem como escopo a contribuição para o ensino da disciplina. Para tanto, os objetivos específicos do presente trabalho visam: conceituar o que é ensino aprendizagem e a modelagem matemática, bem como apresentar um breve histórico sobre a modelagem matemática no âmbito do contexto brasileiro.

A problemática da pesquisa nasce da busca pela compreensão de como a modelagem matemática pode auxiliar no processo de ensino aprendizagem, trazendo consigo uma quebra de linearidade do currículo disciplinar da matemática assim como proposto pela BNCC.

Frente à problemática apresentada, denomina-se como hipótese de pesquisa: a aplicação de modelos matemáticos para contextualização do conteúdo com a vida real do aluno, fazendo com que o processo de ensino-aprendizagem se torne mais dinâmico e participativo. Assim, a pesquisa apresenta a problemática central de: Como o ensino da matemática, por meio da modelagem matemática, pode contribuir para o ensino aprendizagem da matemática?

A metodologia aplicada na pesquisa básica, de abordagem qualitativa, partindo de uma revisão bibliográfica sobre a modelagem matemática aplicada ao ensino da matemática, tornando-se assim um auxílio ao processo de ensino-aprendizagem.

Visto que os docentes da disciplina da matemática têm diversos problemas com a metodologia utilizada, onde essas metodologias com características tradicionais geram desinteresses entre os alunos, reprovações, entre outros problemas. Todavia, quando a metodologia utilizada passa a ser uma metodologia ativa, tal como o ensino por meio da modelagem matemática, o cenário apresentado sofre alterações, pois o discente passa a ver um sentido ao conteúdo ali ministrado. Desta forma, cabe ressaltar a relevância da pesquisa no meio acadêmico, como um objeto de estudo de novas metodologias do ensino-aprendizagem e suas devidas eficácias.

E, portanto, o presente ensaio apresenta duas seções, organizadas da seguinte forma: na primeira seção aborda o ensino aprendizagem, conceituando e apresentando algumas das principais teorias de ensino aprendizagem, assim como as teorias de ensino aprendizagem voltadas para a matemática, na segunda seção apresenta modelagem matemática, conceituando e, de forma sucinta, descrevendo como a modelagem matemática vem se consolidando na educação matemática, discutindo assim as justificativas da modelagem matemática no ensino, expondo os autores que defendem essa visão, bem como um olhar sobre as ações e interações no processo de ensino aprendizagem.

## **Desenvolvimento teórico**

### **1. ENSINO APRENDIZAGEM**

O processo de adquirir novos conhecimentos por intermédios a experiências vividas e certos fatores endógenos e exógenos é o que se intitula de aprendizagem, assim quando se passa por esse processo denominado aprendizagem, se obtém como resultado a alteração comportamental do ser humano que dependem de requisitos essenciais, como: mentais, físicas, sensoriais e sociais para se desenvolverem (NETTO ; COSTA, 2017).

Pontes (2019), apresenta ainda, aprendizagem como a ânsia e o desejo individual de livre arbítrio àquilo que bem entende, a buscar seus objetivos e metas. E de um terceiro entendimento Ausubel (1968) apud Pontes, (2019) diz que, a aprendizagem é compreendida como a organização e integração do material na estrutura cognitiva do aluno, ou seja, a aprendizagem é compreendida por todo o acúmulo de informações de forma que seja organizada de qualquer modalidade do conhecimento, onde a qualidade pregressa da estrutura cognitiva do aluno expressa a quantidade de informações que serão assimiladas e armazenadas, assim o conteúdo preexistente é de grande influência no processo de aprendizagem.

Diversos são os autores que discutem as teorias de aprendizagem. Dentre os quais podem se destacar entre os principais: Wallon, Piaget, Vygotsky, Skinner e Freire. Após uma análise das teorias e escritos apresentados por cada um deles é perceptível o grande subsidio dos mesmos para com a educação (NETTO; COSTA, 2017).

Tratar da cognição humana é um dos problemas mais enigmáticos. Dentre essas teorias, Jean Piaget propõe explicações para o desenvolvimento cognitivo da criança, baseando-se na experimentação psicológica científica e assim portanto nasce a epistemologia genética piagetiana. Portanto, para essa teoria, o desenvolvimento cognitivo acontece através de ações ou operações desenvolvidas pela criança e se organizam em esquemas cognitivos, ajustando-se psicologicamente formando estruturas mentais operacionais (GOMES, 2016).

Essas estruturas operacionais são o que me parece constituir a base do conhecimento, a realidade psicológica natural, nos termos em que nós compreendemos o desenvolvimento do conhecimento. E o problema central do desenvolvimento é compreender a formação, elaboração, organização e funcionamento dessas estruturas (PIAGET, 1972, p.1 apud GOMES, 2016, p.).

Dessa forma, Piaget propõe que o desenvolvimento humano é ligado a dois fatores: da hereditariedade e da adaptação biológica, que depende da evolução do sistema nervoso, e das interações sociais incluindo assim a educação. Portanto, a teoria piagetiana compreende que a criança aprende por si mesmo o que não lhe foi ensinado e que a mesma descobrirá sozinha. Piaget ainda afirma que o desenvolvimento se dá por etapas, envolvendo dessa forma a assimilação e a acomodação das estruturas cognitivas relatando ainda que outros fatores do desenvolvimento: hereditariedade, experiência física e transmissão social (fator educativo), são necessárias porém não suficientes para o desenvolvimento (CAMARGO;CAMARGO;SOUZA, 2019).

Netto e Costa (2017) ressaltam ainda que Piaget não propõe assim um método de ensino, ele oferta à educação esclarecimentos sobre o modo ímpar de raciocinar que as crianças possuem em seus diferentes períodos da vida.

Em contrapartida, a teoria de Piaget que busca explicar sobre o desenvolvimento cognitivo em função dos processos biológicos de maturação do indivíduo e equilíbrio das estruturas, Vygotsky e colaboradores apresentam uma teoria, denominada histórico-cultural, onde a ideia central era elucidar que o funcionamento mental do indivíduo está relacionado com o contexto cultural, social e histórico do mesmo, obtendo assim o foco central da pesquisa como: explicar a participação do indivíduo em interações sociais e atividades culturais

mediadas por sistemas simbólicos influencia o desenvolvimento psicológico (GOMES, 2016).

Para Vygotsky, a aprendizagem se dá por meio das relações constituídas pelo indivíduo com os demais, fundamentando assim a importância dos convívios sociais, que funcionam na construção do conhecimento, assim, pode se dizer que Vygotsky considera que a aprendizagem está intimamente interligada a interação social. A teoria Vigotyana reconhece dois níveis de desenvolvimento sendo eles: desenvolvimento real, que representa as conquistas já concretizadas e o desenvolvimento potencial, que representa o desenvolvimento que ainda pode acontecer, a capacidade que a criança ainda pode alcançar. Dessa forma Vygotsky coloca o professor como um auxiliador ao discente, onde sua função é criar a zona de desenvolvimento proximal, à vista que tão somente assim a criança conseguiria se desenvolver e o professor é, nessa perspectiva, a fonte prioritária de motivação (CAMARGO; CAMARGO, SOUZA, 2019).

Wallon, por sua vez, relaciona a aprendizagem com o desenvolvimento da individualidade como unidade afetiva e cognitiva dos sujeitos. Assim o estudo da evolução humana deve ser realizado através de sucessão das etapas e dos conflitos no decorrer da vida e, por conseguinte, o que garante a sua evolução é a linguagem e sua cultura, fornecendo assim ferramentas para tal evolução. Propõe ainda que a interação entre o mundo biológico não necessita do amadurecimento intelectual e sim de suas habilidades mais labirínticas para interagir com a cultura existente entre o sujeito e o meio (NETTO; COSTA, 2017).

Dando continuidade ao pensamento de Wallon, que denota uma nova ideia ao discutir a formação de professores, uma vez que o mesmo sugere que estas devem ser pautadas em suas próprias experiências pedagógicas, indicando ainda duas questões que devem ser observadas: a disposição da criança, em conformidade com sua idade e aptidões que exige e exerce cada disciplina. Wallon admite que se deve considerar as características individuais de cada disciplina, e assim ser capaz de transmitir da melhor forma os conteúdos e tornando assim o professor diferente dos propostos anteriormente pelos demais teóricos, colocando o professor em papel primordial e fundamental na motivação para aprendizagem (CAMARGO; CAMARGO; SOUZA, 2019).

Paulo Freire apresenta a teoria pedagógica, propriamente diferente de Piaget e Vygotsky que apresentam teorias não necessariamente de aprendizagem, mas de grande valia para a educação, a pedagogia freiriana não designa explicações sobre as formações das funções mentais superiores e sim designa principalmente a enfrentar as várias formas de exclusão social utilizando, para isso a educação como principal aliada (GOMES, 2016).

Assim, a teoria freiriana, bem como sua metodologia aplicava, investigava meios para que a aprendizagem dos indivíduos transcorresse por meio dos recursos de sua própria cultura, dentro da realidade de cada grupo social. O processo de ensino e aprendizagem para Freire fundamenta-se através de um caminho investigativo, por meio da comunicação mediante recursos tecnológicos e pedagógicos que efetivamente coadjuvam, sobretudo, ao posicionamento efetivo, crítico dos integrantes perante situações reais, existenciais e, essencialmente, incitadora de diálogo na própria comunidade envolvida (GOMES, 2016).

Na busca por melhor entendimento das teorias de aprendizagem, se obtém uma melhora e aperfeiçoamento referente a compreensão de como ocorre o processo ensino-aprendizagem, permitindo assim uma análise geral sobre o quadro educacional integrando às diferentes concepções, adequando-as melhor ao trabalho pedagógico. E é de conhecimento que nenhuma teoria da aprendizagem executada irá compreender de forma totalizada o assunto, pois a ciência é uma área de conhecimento em constante transformação (NETTO; COSTA, 2017).

Assim como visto diversos são os pensadores que vem com ideias da idealização do ensino aprendizagem, porém esses teóricos apresentados visam o ensino aprendizagem como único ou de forma generalizada para todas as disciplinas. Dessa forma na busca pela compreensão do ensino aprendizagem focado apenas para a matemática temos outros pensadores, com ideias mais focadas e centralizadas a disciplina em questão, como apresentado abaixo.

### **1.1 Ensino-aprendizagem na matemática**

Por aproximadamente quatro décadas a Educação Matemática é consolidada como uma disciplina, como um campo profissional ou científico e como área de estudo interdisciplinar. E como apresentado por Fiorentine e Lorenzato (2006) apud (ANTUNES et al., 2020), a educação matemática no

Brasil pode ser dividida em pelo menos em quatro fases: I – constatação do campo profissional (período anterior à 1970); II – nascimento (década de 1970 e início da década de 1980); III – emergência de uma comunidade de educadores em matemáticos (década de 1980); IV – emergência de uma comunidade científica em educação matemática (anos de 1990).

Não se pode desconsiderar que o ensino passa por diversas transformações, cuja as quais ofertam diversas contribuições para a área da educação. Dentre esses pesquisadores no Brasil pode se destacar Euclides Roxo (1890-1950) que em sua vida acadêmica possuía uma facilidade com a matemática, porém depara-se com colegas que possuíam grandes dificuldades com a disciplina e assim o mesmo propõe uma reforma curricular e metodológica do ensino dessa disciplina (ANTUNES et al., 2020).

A respeito dessas discussões, que objetivava a definição de Educação Matemática, Rius (1989a) apud Burak (2019) admite que, antes de qualquer coisa, deve-se dizer que ela é uma disciplina nova e que as dificuldades de compreensão surgem através da diversidade culturais, exemplificando com o termo da língua inglesa, *mathematics educators*, cujo o qual engloba a todos que tem como função o conectar com o ensino aprendizagem de matemática, bem como os professores que até pouco tempo não se incluíam no conceito.

Nesse contexto de discussões destaca-se ainda Willian Higginson (1938-2008), que traz a suas observações em formato de um modelo, representado por um sólido geométrico, tetraédrico, onde as faces do sólido representam as disciplinas, que em seu entendimento compunham a disciplina, denominando o mesmo de Tetraedro MAPS (M – Matemática, A – Filosofia, P – Psicologia, S – Sociologia). Contudo, ao longo dos anos, esse modelo foi superado por outros modelos, onde apresentam sólidos geométricos com uma maior quantidade de fases e mais disciplinas aglomeradas (ANTUNES et al., 2020).

Higginson (1980, p.3) apud Burak (2019) apresenta três hipóteses relacionadas a natureza e êxito da educação matemática subjacentes às observações:

I – Existem indivíduos que têm como significativa parte da sua responsabilidade profissional a consideração e ação sobre questões relacionadas com a aquisição de conhecimento



matemático. Esses indivíduos, cujos números incluem sala de aula professores, escritores de curriculum, educadores de professores e pesquisadores, são educadores matemáticos e a disciplina que engloba as preocupações profissionais é a educação matemática;

II – O objetivo de um educador de matemática é otimizar, do ponto de vista intelectual e emocional, a experiência de aprendizagem de matemática, do estudante;

III – A experiência de aprendizagem de matemática, para a maioria dos estudantes, não é nem intelectualmente nem emocionalmente satisfatória. A exposição à matemática quando não é prazerosa, não os faz competentes (p.97).

Portanto, se essas conjecturas são válidas, e os educadores matemáticos tem por obrigação elucidar esse estado de coisas, qual seria o motivo as crianças terem tantas dificuldades em aprender matemática? Entretanto, para o entendimento de Higginson (1980) é fundamental a persuasão de um olhar extremamente estreito aos fatores que influenciam a disciplina. Assim nenhuma metodologia para educação matemática é criada de forma que a mesma esqueça os pormenores essenciais de seus fundamentos (BURAK, 2019).

A visão de Higginson, emerge de um processo dinâmico, devido ao fato de a educação matemática não ser uma entidade estática. E assim, essa visão de Higginson (1980), em que as concepções e contribuições às discussões dos fundamentos são frutos do tempo cuja quais são produzidas e focadas no momento específico, ensejam colaborações de outras áreas (BURAK, 2019).

Com isso, as fortes relações entre o ato de ENSINAR e APRENDER são percursos, tanto quanto previsíveis, dentro do contexto educacional. De forma grosseira, o professor ensina e o aluno aprende. Entretanto, na modernidade, o professor e o aluno devem compactuar de forma a gerar estreitas relações em prol de resultados benéficos, tornando assim o professor um facilitador, mediador e até mesmo um sujeito transformador alinhado ao mundo contemporâneo e ao aluno-aprendiz apto a gerar soluções práticas, eficientes e conectadas ao seu cotidiano (PONTES, 2019).

Dessa forma a didática matemática propõem teorias que seguem as mais distintas direções, de forma a repensar as práticas pedagógicas presentes no contexto escolar, assim como seus fundamentos teóricos-metodológicos sendo um dos desafios postos na atualidade na perspectiva da ressignificação do processo ensino-aprendizagem (ZORZAN, 2007).

O movimento conhecido como “matemática moderna” faz com que o ensino da matemática, em diversos países, até as décadas de 1960 e 1970, admitir influências. O movimento tinha como objetivo central ter o ensino direcionado para o desenvolvimento excessivo da abstração, com maior ênfase na teoria do que na prática. Ao transcorrer do ensino-aprendizagem essa teoria torna-se inadequada, ocorrendo assim novas discussões curriculares, viabilizando reformas em nível mundial (ZORZAN, 2007).

Almouloud (2019) afirma que muitos fatores que interferem no ensino e na aprendizagem da matemática suscita o interesse em copiosos pesquisadores da área de educação matemática e assim surgem as mais diversas teorias e constructos teóricos no contexto da didática matemática. Dentre essas pesquisas Almouloud (2019) ainda apresenta: A teoria das situações didáticas (Guy Brousseau); A teoria antropológica do didático (Yves Chevallard); A dialética ferramenta-objeto e jogos de quadros (Régine Douady); A noção de contrato didático (Guy Brousseau); A noção de registro de representação semiótica (Raymond Duval); A teoria dos campos conceituais (Gérard Vergnaud); Gênese instrumental e Gênese documental; Paradigmas e espaço de trabalho geométrico, como as principais teorias no contexto da didática matemática.

As ideias de teóricos construtivistas apresentam a prerrogativa no âmbito específico de conhecimento: os saberes matemáticos e científicos e dessa forma tendo em vista o ensino e a aprendizagem, três características diferencial esses saberes dos demais tipos:

- I- A aquisição desses saberes foi historicamente longa, alternando fases de desenvolvimento progressivo e de devolução;
- II - Eles constituem um conjunto de conhecimento complexos, ramificados e em constante evolução;

III - Esses saberes contribuíram, de modo fundamental, para o desenvolvimento de nossa civilização técnica e da mídia (ALMOULOU, 2019, p. 145-146).

Portanto a abordagem construtivista, para a aquisição de conhecimentos, sucedeu-se de uma elaboração objetivando estudar os processos de ensino e da aprendizagem de conceitos e noções matemáticas (ALMOULOU, 2019).

A didática matemática emerge na década de 1970 na França, baseada nas atividades de matemáticos, no Instituto de Investigação acerca do Ensino das Matemáticas (IREM), criado logo após a reforma educativa dos anos finais da década de 1960, que deu impulso ao ensino da “matemática moderna”. Portanto a luz do sucesso das teorias de Piaget, prosseguiu primeiramente, sobre os problemas de ensino e de conceitos matemáticos em razão das exigências próprias ao saber matemático (ALMOULOU, 2019).

À vista disso, em 1986 Guy Brousseau, um pesquisador francês, propõe a Teoria das situações didáticas, em que colocava a matemática como a essência dos fenômenos didáticos e tinha como objetivo:

[...] caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reproduzíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos. Essa modificação é a característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos, da ocorrência de uma aprendizagem significativa (ALMOULOU, 2007, p. 31 apud GONÇALVES, 2018, p. 11).

Portanto a teoria das situações didáticas tem como uma de suas finalidades orientar o professor a desenvolver situações reproduzíveis de ensino que podem proporcionar ao discente uma aprendizagem significativa e assim como Gonçalves (2018) ressalva, de acordo com a teoria devemos observar a seguinte explicação:

consideramos um dispositivo criado por alguém que queira ensinar um conhecimento ou controlar sua aquisição. Esse dispositivo abrange um meio material – as peças de um jogo, um desafio, um problema, inclusive um exercício, fichas, etc. – e as regras de interação com esse dispositivo, ou seja, o jogo propriamente dito. Contudo, somente o funcionamento e o real desenvolvimento do dispositivo, as partidas de fato jogadas, a resolução do problema etc. Podem produzir um efeito de ensino. Portanto, deve-se incluir o estudo da evolução da situação, visto pressupormos que a aprendizagem é alcançada pela adaptação do sujeito, que assimila o meio criado por essa situação, independentemente de qualquer intervenção do professor ao

longo do processo. Os conhecimentos se manifestam essencialmente como instrumentos de controle das situações (BROUSSEAU, 2008, p.22).

A teoria antropológica do didático por sua vez é uma teoria denotada por Yves Chevallard (1998), e objetiva a analisar um dos problemas do professor que é preparar seu curso de aulas e depois colocá-lo em prática, ou seja, como organizar um objeto de estudo matemático e fazê-lo funcionar em sala de aula (SANTOS; MENEZES, 2015).

Dessa forma, de acordo com Chevallard, a teorização proposta na teoria antropológica do didático “[...] ser encarada como um desenvolvimento e uma articulação das noções cuja elaboração visa permitir pensar de maneira unificada um grande número de fenômenos didáticos, surgem no final de múltiplas análises.” (1998, p. 92 apud SANTOS; MENEZES, 2015, p. 649).

Essa teoria apresenta uma contribuição muito importante para a didática matemática, pois a mesma além de apresentar o conceito de transposição didática, inserindo a didática no campo da antropologia, tem como foco o estudo das organizações praxeológicas didáticas pensadas para o ensino e aprendizagem de organizações matemáticas (ALMOULOU, 2019).

A teoria dos campos conceituais por sua vez é proposta por Gérard Vergnaud, um pesquisador francês que propõe um engendramento a partir da teoria piagetiana e alguns nuances observados pelo mesmo. Dessa forma a teoria retoma princípios de Piaget, entretanto o referencial da teoria é o conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio desse conhecimento (SANTANA; ALVES; NUNES, 2015).

Isto posto, Vergnaud (2017) apud (CUNHA; FERREIRA, 2020) rompe-se do princípio que o conhecimento organiza-se em campo conceituais, logo atribui à definição de conceito outro significado, onde o qual deve ser entendido como um tríptico conjunto de elementos distintos, porém dependentes, os quais seriam: S (conjunto de situações que tornam o conceito significativo), I (conjunto de invariantes operacionais que instituem o conceito e estruturam as formas de organização do pensamento, os quais serão evocados pelas situações) e L

(conjunto de representações linguísticas e simbólicas usadas para retratar o conceito, sua propriedade e as situações ao qual estão relacionados).

Diante disso, Almouloud (2019), parafraseando Vergnaud (1990), coloca que um campo conceitual seria o “espaço de problemas ou situações-problema cujo tratamento envolve os conceitos e processos de vários tipos em estreita conexão” (p.151). Assim Vergnaud propõe em sua teoria que o comportamento dos sujeitos em situação de aprendizagem é modelado por “esquemas”, onde a significação de esquemas é o mesmo que falar que a organização invariante do tratamento de dado tipo de situações, é nos esquemas que deve-se procurar os conhecimentos-em-ação do sujeito, em outras palavras, os elementos cognitivos que permitem a ação do aprendiz ser operatória (ALMOULLOUD, 2019).

Vergnaud, apresenta três invariantes operatórios, como cita Almouloud (2019):

- a) Os invariantes de tipo “proposições”: eles são susceptíveis de serem verdadeiros ou falso, os teoremas-em-ação são invariantes desse tipo. O conceito de “teorema-em-ação” designa as propriedades tomadas e utilizadas pelo aprendiz em situação de solução de problema sem que ele seja capaz de as explicar ou as justificar.
- b) Os invariantes de tipo “função posicional”: eles não são necessariamente verdadeiros ou falsos, mas são indispensáveis para a construção de proposições.
- c) Os invariantes de tipo “argumentais”: Na matemática, os argumentos podem ser objetos materiais, personagens, números ( $3+4$ ), relações (“maior que” é uma relação antissimétrica), e proposições (o enunciado “8 é um divisor de 24” é a recíproca de “24 é um múltiplo de 8”) (p. 151-152).

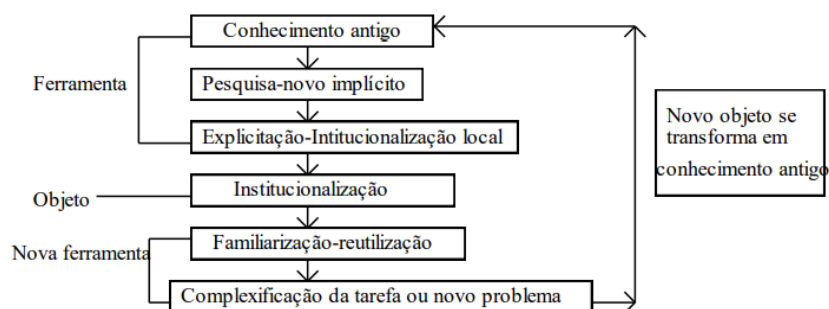
Em suma o autor da teoria considera perto da impossibilidade se estudar as coisas separadamente e assim é necessário que seja feito recortes e através desse sentido os campos conceituais são as unidades de estudo frutíferas, capazes de dar sentido aos problemas e às observações feitas em relação à conceitualização (SANTANA; ALVES; NUNES, 2015).

Uma outra teoria didática matemática importante é a dialética ferramenta-objeto-quadros, introduzida pela primeira vez por Régiane Douady (1986), através de sua tese de doutorado “Jogos de quadros e dialética

ferramenta/objeto”. A tese foi introduzida como instrumentos poderosos de análise dos fenômenos de ensino aprendizagem (TEIXEIRA, 2014).

De forma sucinta Almouloud (2019), apresenta o esquema abaixo a fim de esquematizar o processo da dialética ferramenta-objeto:

*Figura 1 - Dialética ferramenta-objeto*



O jogo de quadros respalda-se em trabalhar uma mesma questão de matemática em dois distintos domínios matemáticos, em outras palavras, o jogo de quadros consiste na utilização de mais de um domínio matemática para solucionar um único problema. Em via de regra, matemáticos utilizam o jogo de quadros em suas descobertas de resultados e em correlações entre conceitos e assim o avanço de Douady concerniu-se em transpor para os alunos da educação básica ou superior alguns dos elementos desse procedimento matemático (TEIXEIRA, 2014).

Raymond Duval, apresenta também uma outra teoria denominada como teoria dos registros de representação semiótica. Nessa teoria Duval notabiliza as ideias da Teoria semiótica de Charles Sanders Peirce. Assim Duval considera

*Fonte: Almouloud (2019, p. 152)*

como um ponto principal para a aprendizagem matemática ser efetiva e que os discentes tenham um bom desempenho o docente deve acarretar no discente a diferenciação entre um objeto matemático e de sua representação (ANDRADE; SANTOS, 2019).

A vista disso, Duval (2011, p.15) defende a necessidade de outra forma de funcionamento cognitivo, diferente do que se costuma ocorrer, pois segundo ele só assim poderá haver uma verdadeira aprendizagem matemática. Dessa forma os mais sérios problemas de aprendizagem relacionados à matemática

estão relacionados às maneiras de acesso aos objetos desse conhecimento, portanto, a situação epistemológica do conhecimento matemático é totalmente diferente das demais disciplinas científicas (apud SCHEIFER, 2017).

Outra teoria da didática matemática que gera grande influência na didática matemática é a gênese instrumental, apresentada por Rabardel (1995), essa teoria baseia-se na teoria da ergonomia cognitiva, referente aos processos mentais (percepção, memória, raciocínio, etc.) que afetam interação entre seres humanos e outros elementos de um sistema, sendo a interação homem-computador um exemplo disso (NOTARE; BASSO, 2017).

Notare e Basso (2017) coloca que o processo de gênese instrumental é determinado por meio de dois processos:

**Instrumentalização:** que consiste na emergência e evolução dos diferentes componentes do artefato, ou seja, consiste em um progressivo reconhecimento das potencialidades e limitações do artefato por parte do sujeito; e **instrumentação:** que consiste na emergência e desenvolvimento de esquemas de utilização. Os dois processos são orientados, respectivamente, do sujeito para o objeto e vice-versa, e constituem partes inseparáveis da gênese instrumental (p.326).

Dessa forma o processo de gênese instrumental do professor de matemática é complexo e deve ser analisado por estas diferentes dimensões: a construção e apropriação para transformar o artefato em uma ferramenta de trabalho matemático (gênese pessoal), e o processo de descoberta das funcionalidades didáticas do artefato, que serão concedidas a contar do processo de integração do instrumental se dá, então, pela construção e apropriação de um instrumento didático para a aprendizagem matemática, a contar do primeiro instrumento, construído pela gênese pessoal (NOTARE; BASSO, 2017).

A teoria da noção de contrato didático, proposta por Guy Brousseau, estabelece a existência dos fenômenos didáticos na sala de aula e que a análise do sistema didático, do seu funcionamento, tornando-se uma importante teoria didática matemática devido ao fato de que a contar dela pode ser compreendido

as relações estabelecidas entre professor, seus alunos e determinando saber e a ser ensinado e aprendido (SOUZA; NETO; LIMA, 2019).

Dessa maneira a noção de contrato didático, proposto por Brousseau em 1986, foi caracterizado como um sistema de obrigações, tanto por parte do professor quanto do aluno, formado por regras implícitas em suma, que se estabelece mediante a relação/situação entre professor-aluno-saber. Entretanto a teoria distingue-se do contrato pedagógico desenvolvido por Filoux em 1974, à medida que este último, apesar de tratar das obrigações recíprocas na relação entre alunos e professores, não faz referência estrita ao saber em jogo nessa relação (SOUZA; NETO; LIMA, 2019).

Assim Brousseau (1996) caracteriza o contrato didático como:

Estabelece se então uma relação que determina – explicitamente em pequena parte, mas sobretudo implicitamente – aquilo que cada parceiro, o professor e o aluno, tem a responsabilidade de gerir e pelo qual será, de uma maneira ou de outra, responsável perante o outro. Esse sistema de obrigações recíprocas se assemelha a um contrato. Aquilo que aqui nos interessa é o contrato didático, ou seja, a parte que é específica ao conteúdo (p. 51 apud BRICK; FERREIRA; SENA, 2016, p. 40).

Almouloud (2019) afirma que a diversidade de teorias e especificidades de cada uma delas confirma a ideia que uma apenas uma tendência teórica, ou um único modelo, não conseguirá abranger de forma a explicar e explicitar a todos os fenômenos envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

Ainda sob a ótica de pensamento apresentada por Almouloud, Pontes (2019) apresenta o processo RICA como uma possível solução à frente das inquietações e preocupações de educadores sobre o tema ensino e aprendizagem matemática e da ansiedade e expectativa de jovens aprendizes de encontrar a motivação necessária para compreender e assimilar os conteúdos matemáticos.

Por conseguinte, o processo RICA é apresentado como uma proposta de construção de técnicas eficientes no processo ensino-aprendizagem, onde a



base dessa construção fundamenta-se em quatro pilares: R – raciocínio lógico, I – inteligência matemática, C – criatividade e A – aprendizagem (PONTES, 2019).

À vista de tudo que já foi relatado até o presente momento cabe ressaltar o que Serrazina (2002) coloca:

Sabe-se que os alunos constroem ativamente o seu conhecimento, logo o modelo de ensino não pode ser baseado na transmissão do conhecimento por parte do professor, mas sim num modelo onde a investigação, a construção e a comunicação entre os alunos são palavras chave. A natureza das atividades desenvolvidas pelos alunos tem uma importância fundamental uma vez que é sobre a sua própria experiência que vão desenvolvendo os novos conhecimentos, construídos sobre os que já possuem e através do filtro das crenças e atitudes que tem sobre o assunto em estudo e a própria aprendizagem (apud PONTES, 2019, p. 16).

Contudo mesmo depois de uma apresentação sucinta das mais diversas teorias de ensino aprendizagem pode-se dizer que a educação matemática tem a necessidade de recorrer ao campo intencional da autocritica, da relação sujeito e realidade e da ressignificação da vida e assim o saber matemático passa a ser constituído no campo imaginário, através do uso da criatividade, da experimentação e das perspectivas de ensaios hipóteses e erros, abrindo mão de ser uma ciência finalizada ou um saber dogmatizado. Nessa perspectiva e na busca de novas metodologias a ideia da modelagem matemática ganha seu espaço assim como apresentada abaixo.

## **2. MODELAGEM MATEMÁTICA**

É inegável que a modelagem matemática apresenta uma diversidade de opiniões encontradas na literatura, portanto, para começarmos a compreender o que é a modelagem matemática ou como alguns autores apresentam o modelo matemático, assim como Borges (2020, p.43) começa-se a compreender esse conceito, através do conceito no dicionário de língua portuguesa, que dentre as diversas significações apresenta o modelo como: “aquilo que serve de objeto de imitação”, o que intuitivamente, é a concepção de modelo que temos, ou seja, um modelo é algo que deve ser imitação do real ou do imaginário.

Assim, a ideia de modelagem pode ser descrita como a imagem de um escultor trabalhando com argila, produzindo um objeto, onde o objeto representaria o modelo e o escultor fornecido de todos os seus materiais faz o seu modelo, representando seu objeto, podendo o mesmo ser real ou imaginário. Contudo a interpretação de fenômenos naturais através da criação de modelos é algo intrínseco aos seres humanos (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Magnus (2018) apresenta a diversidade de compreensões entre os pesquisadores da modelagem matemática, onde alguns pesquisadores consideram a modelagem matemática como uma metodologia, outros como um ambiente de aprendizagem, ainda tem alguns que consideram como uma estratégia pedagógica, outros defendem que a modelagem matemática é uma estratégia de ensino-aprendizagem e outros ainda como uma concepção de educar matematicamente.

Ainda vendo essas diferenças de compreensões entre alguns pesquisadores, podemos ainda apresentar uma multiplicidade de conceituações, para esse discurso:

considero Modelagem Matemática como um processo que traduz ou que organiza situações problema provenientes do cotidiano ou de outras áreas do conhecimento, também dita situação real, segundo a linguagem simbólica da Matemática, fazendo aparecer um conjunto de modelos matemáticos ou de relações matemáticas que procura representar ou organizar a situação/problema proposta, com vistas a compreendê-la ou solucioná-la (CHAVES, 2014, p.25).

a modelagem matemática pode ser considerada como um ambiente de aprendizagem no qual se propõe a utilização de uma metodologia pedagógica que envolve a obtenção de um modelo, que tem por objetivo descrever matematicamente um fenômeno da nossa realidade para tentar compreendê-lo, entendê-lo e estudá-lo, criando hipóteses e produzindo reflexões críticas sobre tais fenômenos (ROSA; REIS; OREY, 2012, p.172).

a modelagem matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático, neste caso, é o que 'dá forma' à solução do problema e a Modelagem Matemática é a 'atividade' de busca por esta solução (ALMEIDA; TORTOLA; MERLI, 2012, p.217).

a Modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real (BASSANEZI, 2009, p.16).

a modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa ótica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter sendo lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p.12).

a modelagem matemática, busca relacionar os conhecimentos práticos do aluno, do seu cotidiano com conhecimentos matemáticos[...] (BURAK; SOISTAK, 2005, p.3 apud MAGNUS, 2018).

a Modelagem Matemática na Educação Matemática, nesta tese, será considerada como uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não-matemático da realidade, ou de uma situação não-matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica embasem o desenvolvimento do trabalho (ARAÚJO, 2002, p.39 apud MAGNUS, 2018).

modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática situações oriundas de outras áreas da realidade (BARBOSSA, 2001b, p.6 apud MAGNUS, 2018).

modelagem matemática é um processo dinâmico utilizando para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. A modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele (BASSANEZI, 2009, p. 24).

Vistos os pequenos excertos, Magnus (2018, p.32) propõe que “a modelagem matemática é a solução para problemas não matemáticos oriundos de outras áreas da realidade por meio da obtenção de um modelo.” E por fim a importância do modelo matemático surge e se define no momento em que necessita-se de ter uma linguagem concisa de forma a expressar as nossas ideias com objetividade e sem ambiguidade, gerando um grande repositório de

resultados proporcionando assim o uso de recursos computacionais para cálculos de soluções numéricas (BASSANEZI, 2004).

Assim como apresentado acima, diversos são as conceituações referente a modelagem matemática, porém em suma modelagem matemática é a transformação de um problema real em um problema matemática e assim “traduzir” o mesmo para a linguagem matemática apresentando assim uma solução. Esse processo de modelagem matemática perpassa por todo um processo, adquirindo assim um histórico rico e adaptável ao longo dos anos assim como descrito abaixo.

## **2.1. Modelagem matemática: breve histórico**

Considerada tão antiga quanto a própria matemática, a modelagem surge nos povos antigos através da sua rotina diária (BIEMBENGUT e HEIN, 2000). O que leva a diversos autores como Burak (1992), Floriani (1997), Camilo (2002), Soistak (2006), Bragrança (2009), Martins (2009) e Cipriano (2013) afirmarem que a modelagem matemática surge desde os tempos mais adâmicos, onde o homem em busca de sobrevivência percebe a necessidade de quantificar, contar e até mesmo mensurar o tamanho de seus objetos e posses, criando assim o primeiro modelo utilizado pelo homem (MAGNUS, 2018).

Entretanto, de forma datada e registrada, a primeira modelagem realizada enquanto metodologia possui marco inicial no século XIX, entorno de 1908 em Roma, onde a *Comission Internacional on Mathematical Instrucion* (CIEM), através de seu presidente Félix Klein, objetivava executar um levantamento dos mais diversos métodos de ensino da matemática, levando a Klein concluir que havia muitas dificuldades com as metodologias praticadas, constatando ainda que o ensino tornava-se pouco atraente além do fato de não formar discentes não capazes de solucionar problemas que permeava as ideias propostas do ensino recebido (ARAGÃO, 2016).

Assim as ideias de Klein perduram até o ano de 1968, onde o pesquisador holandês, Hans Freudenthal, bem como por Henry Pollak, aprimoram as ideias iniciais de Klein, construindo ideias motivadoras para uma organização que objetivava aderir as aplicações de modelagem ao ensino da

matemática. A partir desse contexto, as contribuições de Henry Pollak e Hans Freudenthal tem como consequência a abertura do campo de modelagem matemática como um recurso metodológico (BORGES, 2020).

A vista dos movimentos internacionais, os representantes brasileiros trazem as influências do movimento “utilitarista” de forma quase simultânea aos acontecimentos internacionais. E assim, ao final da década de 1970 e início da década de 1980, os precursores da modelagem matemática: Aristides C. Barreto, Ubiratan D’Ambrósio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazetta e Eduardo Sebastiani, principalmente os três primeiros nomes, obtiveram adeptos ao movimento no país, construindo assim a consolidação do tema ao ponto de encontros bianuais de Educação Matemática e Conferencia Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, fossem realizados desde 1999 (BIENBENGUT, 2009). Dessa forma de forma sucinta a presente autora faz uma breve síntese em seu trabalho que mapeia de forma completa as atividades da modelagem matemática:

(...) elegemos apresentar brevíssima síntese sobre dois deles como sinal de referência: Aristides C. Barreto, pois, pelo que temos em registro, foi o primeiro a realizar experiencias de modelagem na educação brasileira e, ainda, a representar o Brasil em congressos internacionais apresentando trabalhos sobre o tema, além de divulgar seus trabalhos em cursos de pós-graduação, artigos em revistas e anais de congressos; e Rodney C. Bassanezi, um dos maiores disseminadores, em especial pro meio dos cursos de formação continuada que ministrou e de pós-graduação de modelagem que coordenou em diversas instituições de quase todos estados brasileiros (BIEMBENGUT, 2009, p.10).

À vista disso, a modelagem matemática, bem como se discute, tem sua origem na matemática aplicada e posterior a grande movimentação internacional em seus mais diversos locais do mundo, pesquisadores brasileiros instigados a tal movimento, traz o surgimento na educação matemática para o Brasil na década de 1970 através de três grandes pioneiros: Aristides Camargos Barreto, Ubiratan D’Ambrosio, Rodney Carlos Bassanezi (BORGES, 2020).

Os trabalhos pioneiros realizados no Brasil foram realizados pelo professor Aristides na década de 1970 na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC/RJ. O professor Aristides teve o seu primeiro contato com

a modelagem matemática ainda em sua graduação quando cursou Engenharia e, a partir da década de 1970, passou a fazer aplicação da modelagem nas disciplinas de fundamentos da matemática, prática de ensino e cálculo diferencial integral, cuja as quais, o mesmo lecionava na PUC/RJ. É importante também ressaltar que o professor Aristides foi o precursor ao orientar os dois primeiros trabalhos acadêmicos relativos ao tema (MAGNUS, 2018).

Outro precursor da modelagem matemática no Brasil é o professor Rodney Carlos Bassanezi, além de ser um dos grandes propagadores do discurso de modelagem matemática como estratégia para ensino-aprendizagem, o mesmo foi integrante do grupo de professores da Universidade Estadual de Campinas – SP, que tinha como objetivo trabalhar os modelos desde a década de 1970 e, em torno do ano de 1986 originaram a área de estudo da Biomatemática, área de estudo que visa utilizar a modelagem para estudar os problemas reais ligados ao meio ambiente ou à saúde (MAGNUS, 2018).

Por fim não menos importante o professor Ubiratan D'Ambrósio, recém chegado ao Brasil de Nova Iorque, onde era docente e pesquisador na Brown University, traz consigo as ideias do movimento que o mesmo tinha conhecimento nos Estados Unidos (UMAP – Undergraduate Mathematics Application Program), que tinha como objetivo preparar os módulos de aprendizagem por temas e assim o implementou no Brasil com apoio da UNESCO – Organização das Nações Unidas para Educação, Ciências e Cultura e da OEA – Organização dos Estados Americanos. Destacam-se duas propostas de Ubiratan D'Ambrósio que foram a criação dos materiais de apoio didático em forma de módulos, cujo o qual foi financiada pelo Ministério da Educação (MEC) e a criação do primeiro mestrado em Ensino de Ciência e Matemática na UNICAMP (MAGNUS, 2018).

Assim, são consideráveis os méritos e as validades das propostas precursoras do estudo e ensino da modelagem matemática. Contudo, é válido anuir as demais contribuições positivas derivadas ou oriundas dos precursores do assunto em questão e que de um pequeno grupo de professores que dão o ponta pé inicial para tantos outros, que qualquer que seja o ponto teórico em

questão impulsionaram a Educação Matemática e assim por recorrência as crenças matemáticas que permeiam o contexto social (BIEMBENGUT, 2009).

Magnus (2018), apresenta em sua tese um levantamento histórico da modelagem matemática até o ano de 2016 e assim pode concluir que a dados das pesquisas realizadas no Brasil, no período de 1987 a 2016, a manifestação da modelagem matemática se dá como um processo evolutivo e que a partir das décadas de 1970 e 1980 a modelagem ganha adeptos e um aumento significativo de pesquisadores para a área consolidando assim a modelagem matemática na educação matemática brasileira.

O histórico da modelagem matemática no Brasil, tem seus primórdios nas décadas de 1970 e até os dias atuais a mesma ainda ganha expressividade e vem se atualizando e adequando de forma a suprir as necessidades educacionais bem como em outras áreas. Dessa forma a adequação da modelagem matemática para a sala de aula também se faz necessária assim como explicado no próximo tópico.

## **2.2. Modelagem matemática: suas etapas de construção**

Burak (1992, p.62) afirma que “A modelagem matemática se constitui em um conjunto de procedimentos, cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. Por tanto a modelagem, na perspectiva da educação matemática, difere de outras em sua conceituação quando expressada dessa forma (BURAK, 2017).

A partir dessa contextualização Burak (1992, p.51) designa dois princípios para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem na educação básica: I- partir sempre do interesse do(s) grupo(s) participantes; II- os dados são coletados sempre que possível, onde se dá o interesse do(s) grupo(s), sendo esses princípios justificados pelos mais diversos pesquisadores (BURAK, 2017).

Dessa forma para escopos das atividades de modelagem matemática, Burak sugere cinco etapas: 1. Escolha do tema, em que o grupo escolhe um

assunto do seu interesse; 2. Pesquisa exploratória, é contato mais direto do grupo com o tema escolhido; 3. Levantamento do(s) problema(s), em outras palavras, é o que se pretende saber; 4. Solução(s) do(s) problema(s) e o desenvolvimento de conteúdos e da matemática relacionada ao tema, construindo assim o modelo, podendo ser uma fórmula matemática, uma equação ou inequação, como também um gráfico, a planta de uma casa; 5. Análise crítica das soluções, ou validação do modelo, “consiste em checar a formulação, as equações, os gráficos ou planta baixa, com a situação inicial e verificar se o modelo apresenta características gerais da situação inicial”(BURAK, 1992, p.182) Assim portanto, essas etapas refletem ainda a estrutura de uma visão de modelagem matemática subsidiada pela matemática aplicada, com intuito da criação de um modelo matemático (BELO, 2016).

Ao decorrer os anos essas etapas sofreram adaptações para melhor se adequarem ao ensino, portanto, as cinco etapas foram atualizadas para sugestão para o encaminhamento pedagógico das atividades de modelagem em sala de aula: 1. Escolha do tema; 2. Pesquisa exploratória; 3. Levantamento do problema; 4. Resolução do problema; 5. Análise crítica da solução. Independente dos passos serem enumerados as etapas não são rígidas, devido ao fato que as mesmas dependem da forma inicial podendo ser de duas maneiras: a partir de um tema ou a partir de uma situação-problema (BELO, 2016).

Dessa forma Burak (2010), afirma que essas etapas são constituídas de sugestões para o encaminhamento de uma atividade de modelagem matemática a saber:

1. Escolha do tema. A escolha do tema está sempre vinculada ao interesse dos estudantes. Conforme o nível de ensino ou modalidade, os temas eleitos podem ser relativos a brincadeiras, jogos, atividades econômicas da cidade ou região, esportes, temas da atualidade, serviços de saúde, entre outros. O professor pouco experiente com a metodologia da modelagem pode optar, no caso de três ou quatro temas, por trabalhá-los um a um, após concordância dos grupos.

2. Pesquisa exploratória. A pesquisa exploratória é a etapa em que o(s) grupo(s) busca conhecer mais sobre o assunto escolhido. Assim, os grupos, sob a mediação do professor, se organizam sobre o assunto de interesse e buscam formular perguntas e definir onde buscar as informações, sejam elas



relativas a aspectos técnicos ou curiosidade ou ainda sobre as informações, sejam elas relativas a aspectos técnicos ou curiosidades ou ainda sobre outros aspectos sociais, econômicos, ambientais. Dessa forma, a busca por site, literatura sobre o tema, entrevista in loco, sempre que possível, deve ser incentivada. Há sempre a necessidade de se organizar a busca pelos dados de interesse.

3. Levantamento do(s) problema(s). o levantamento do(s) problema(s) é uma etapa importante nessa forma de se ver e conceber a modelagem matemática na educação matemática, pois é a etapa em que os estudantes, sob a mediação do professor, vão discutir os dados coletados e levantar as questões que consideram importantes de serem respondidas. É uma etapa de importância com a modelagem matemática, pois incentiva o estudante a pensar sobre os dados e, a partir deles, levantar as questões que podem ser matemáticas, mas também de outra natureza: social, econômica, ambiental, comportamental, entre outras.

4. Resolução do(s) problema(s). A resolução do(s) problema(s) é a etapa em que os estudantes utilizam ou constroem os conceitos e o conhecimento matemático capaz de fornecer respostas às questões levantadas. Nessa etapa, os conteúdos matemáticos ganham importância e significado. Faz sentido a utilização dos conteúdos matemáticos presentes nos vários campos: números e operações; grandezas e medidas; da geometria, da álgebra e tratamento das informações, bem como a construção, pelos estudantes, dos conceitos que se fazem necessários.

5. Análise crítica das soluções. As soluções encontradas durante a resolução dos problemas ganham uma dimensão importante. Para além de verificar a exatidão das resoluções e discutir as várias estratégias de resolução de uma situação, apresenta-se como a oportunidade de discutir a coerência externa a partir dos dados e resultados obtidos, bem como, da coerência interna na forma de escrita e uso de uma simbologia adequada e consistente. A exequibilidade de uma solução também é importante pois, muitas vezes, mesmo correta do ponto de vista matemático, social, cultural, ambiental, econômico ou outro (BELO, 2016, p.24-25).

Dessa maneira Burak considera que a concepção atual da modelagem matemática é influenciada pela natureza da educação matemática bem como outras áreas do conhecimento e principalmente as disciplinas que dão sustentação à educação (BELO, 2016).

Após a adequação da modelagem para a sala de aula, a mesma passa a ser utilizada como uma ferramenta no ensino aprendizagem e diversos são os

autores que corroboram com essa ideia e traz as vantagens e desvantagens do uso da modelagem na educação básica, como apresentado no próximo tópico.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Assim como copilado no presente estudo, os mais copiosos pesquisadores e teóricos dedicados a educação matemática ressaltam a necessidade notória da utilização de metodologias que transfigurem o ensino matemático em um ensino efetivo, visto que os discentes não tem absorção desejada dos conceitos tratados, em outras palavras, a atual forma da aplicabilidade da matéria não tem sido efetiva e dessa forma o ensino-aprendizagem não é significativo, apresentando grandes lacunas e defasagens.

Cada vez mais pesquisas na área da didática matemática vem corroborando com os princípios apresentados, onde a matemática necessita urgentemente de reformulações e que a ausência de novas motivações e contextualizações da disciplina só geram uma maior lacuna entre o aprendizado das abstrações e conceitos apresentados na escola e a aplicabilidade na realidade concreta. Porém fica nítido quando observamos e detalhamos as teorias da didática matemática que cabe ao docente encontrar formas e meio possíveis que desenvolva em seus discentes o desenvolvimento e resoluções de raciocínios matemáticos, através de meios que permitam a capacidade de ler e interpretar os problemas com uma visão matemática.

A influência de fatores externos à aprendizagem é um dos pontos que em suma os teóricos concordam e, desta forma, a matemática também não foge do contexto, e assim a modelagem matemática como idealizada e desenvolvida ao longo dos anos vem propondo é exatamente esse desenvolvimento entre os fatores externos e a matemática, criando ainda aos discentes a capacidade de leitura e interpretação dos problemas reais através da matemática assim como a didática apresenta a necessidade.

Portanto a hipótese de que a aplicação de modelos matemáticos para contextualização do conteúdo com a vida real do discente, fazendo com que o processo de ensino aprendizagem se torne mais dinâmico e participativo, foi

corroborada no presente estudo. Uma vez visto que os estudos e teóricos apresentados tendem sempre a ressaltar a necessidade da contextualização da realidade a matemática e os conceitos e aplicabilidade da modelagem matemática, procura encaixar-se nessas teorias.

Vale ressaltar que não existe a intenção de afirmar que todas as mazelas da educação e falta de motivação dos discentes serão resolvidas apenas com a utilização da modelagem matemática, mas que sim a mesma pode ser um ponto de partida ou um auxílio de grande valia a educação matemática.

Dessa forma, acredita-se através do presente estudo que a modelagem matemática é uma ferramenta de ensino-aprendizagem poderosa quando bem executada, porém ainda é necessário estudos que demonstrem a aplicabilidade no ensino básico sejam ampliados e assim ter uma maior base didática aos docentes que procurará desenvolver a modelagem na educação.

Portanto o presente estudo tem como pretensão não apenas nos conformamos com a mudança e apenas seguir uma onda e sim geram uma reflexão no sentido de não apenas apresentar o que foi feito e sim desenvolver um breve conhecimento sobre o tema e assim, ousarmos experimentar!

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W. de; TORTOLA, E.; MERLI, R. F.. Modelagem Matemática – Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes? **Revista Acta Scientiae**. Canoas, RS: ULBRA, v.14, n.2, p. 200-214, maio/ago. 2012. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/230> Acesso em: 18 set. 2020.
- ALMOULOUD, Saddo Ag. Diálogos da didática da matemática com outras tendências da educação matemática. **Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online)**, v. 9, n. 1, 2018.
- ANTUNES, Francieli Cristina Agostinetto *et al.* Educação Matemática: um olhar histórico-epistemológico. **Rebecem** -: Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática, Cascavel, v. 4, n. 1, p. 23-36, abr. 2020.

ARAGÃO, Maria de Fátima Andrade. **História da modelagem matemática**: uma perspectiva didática no ensino básico. 2016. 19 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

BASSANEZI, R. C.. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3ª ed. 1ª reimp. São Paulo: Contexto, 2009.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-Aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2004.

Basso, M., & Notare, M. R. (2017). Gênese Instrumental do GeoGebra na Formação de Professores. **Zetetike**, 25(2), 324-344. <https://doi.org/10.20396/zet.v25i2.8647864>

BELO, Cibelli Batista. **Modelagem Matemática na educação infantil**: contribuições para a formação da criança. 2016. 121 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2016.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 anos de modelagem matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000. 120 p.

BORGES, Leila Bernardes. **Modelagem matemática no ensino de trigonometria**. 2020. 156 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2020.

BRICK, Elizandro Maurício; FERREIRA, Gabriela Kaiana; DE SENA, Rogério Melo. Relações entre o contrato didático e avaliação: uma revisão de literatura em Educação em Ciências. **Revista ENCITEC**, v. 6, n. 1, p. 37-52, 2016.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. Trad.: Camila Bogéa. 1. ed. São Paulo: Ática, 2008.

BURAK, Dionísio (1992). **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

BURAK, Dionísio. A modelagem matemática na perspectiva da educação matemática: olhares múltiplos e complexos. **Educação Matemática Sem Fronteiras**, Chapecó, v. 1, n. 1, p. 96-111, jan/jun. 2019.

BURAK, Dionísio. A modelagem matemática na perspectiva da educação matemática: olhares múltiplos e complexos. **Educação Matemática Sem Fronteiras**, Chapecó, v. 1, n. 1, p. 96-111, jan/jun. 2019.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

BURAK, Dionisio. Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática: um olhar sobre seus fundamentos. **Unión-Revista Iberoamericana de Educacion Matemática**, n. 51, 2017.

BURAK, Dionisio. Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática: um olhar sobre seus fundamentos. **Unión-Revista Iberoamericana de Educacion Matemática**, n. 51, 2017.

CAMARGO, Carmem Aparecida Cardoso Maia; CAMARGO, Marcio Antonio Ferreira; SOUZA, Virginia de Oliveira. A importância da motivação no processo ensino-aprendizagem. **Thema**, Minas Gerais, v. 16, n. 3, p. 589-606, jan. 2019.

CHAVES, M. I. de A.. Repercussões de experiências com modelagem matemática em ações docentes. **REMATEC**, Natal (RN), ano 9, n. 17, set. - dez., 2014, p. 24 – 45. Disponível em: <http://www.rematec.net.br/index.php/inicio/issue/view/18/showToc> Acesso em: 18 set. 2020.

CUNHA, Kariny Mery Araujo; FERREIRA, Luciana Nobre de Abreu. A Teoria dos Campos Conceituais e o Ensino de Ciências: uma revisão. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, [S.L.], p. 523-552, 6 jul. 2020. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educacao em Ciencia*. <http://dx.doi.org/10.28976/1984-2686rbpec2020u523552>.

GOMES, Severino Carlos. **Teorias de aprendizagem matemática**: um estudo comparativo à luz da teoria da objetificação. 2016. 136 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2016.

KLÜBER, Tiago Emanuel. Modelagem Matemática: revisando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (org.). **Modelagem matemática**: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações. 2. ed. Ponta Grossa - Paraná: Uepg, 2016. p. 41-58.

MAGNUS, Maria Carolina Machado. **Modelagem matemática na educação matemática brasileira**: histórias em movimento. 2018. 227 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pesquisa em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018.

NETTO, Athur Prado; COSTA, Orlando Santana. A importancia da psicologia da aprendizagem e suas teorias para o campo do ensino-aprendizagem. **Fragmentos de Cultura**, Goiânia, v. 27, n. 2, p. 216-224, abr/jun, 2017.

PONTES, Edel Alexandre Silva. Os Quatro Pilares Educacionais no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática. **Revista Iberoamericana de Tecnología En Educación y Educación En Tecnología**, [S.L.], n. 24, p. 15-22, 27 dez. 2019. Universidad Nacional de La Plata. <http://dx.doi.org/10.24215/18509959.24.e02>.

ROSA, M.; REIS, F. da S.; OREY, D.. A Modelagem Matemática Crítica nos Cursos de Formação de Professores de Matemática. **Revista Acta Scientiae**. Canoas, RS: ULBRA, v. 14 n.2 p.159-184 Maio/ago. 2012. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/227> Acesso em: 18 set. 2020.

SANTANA, Eurivalda; ALVES, Alex Andrade; NUNES, Célia Barros. A Teoria dos Campos Conceituais num Processo de Formação Continuada de Professores. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, [S.L.], v. 29, n. 53, p. 1162-1180, dez. 2015. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a18>.

SANTOS, Marcelo Câmara dos; MENEZES, Marcus Bessa de. A teoria antropológica do didático:: uma releitura sobre a teoria. **Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (Ufms)**, Mato Grosso do Sul, v. 8, n. 1, p. 648-670, set. 2015.

SCHEIFER, Carine. **Desing metodologico para análise de atividades de geometria segunda a teoria dos registros de representação semiótica**. 2017. 150 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pesquisa Ensino e Aprendizagem, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2017.

SOUZA, Larissa O.; NETO, José Euzebio Simões; LIMA, Anna Paula AB. A Dinâmica do Contrato Didático no Ensino de Calorimetria por Resolução de Situações-Problema: A Simultaneidade de Duas Relações Contratuais. **41volume**, 2019.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. Jogos de quadros na perspectiva de Régine Douady. **Revemat**, Florianópolis, v. 9, n. 2, p. 145-165, 2014.

ZORZAN, Adriana Salete Loss. Ensino-Aprendizagem: Algumas tendências na educação matemática. **Revista de Ciências Humanas**, v. 8, n. 10, p. 77-94, 2007.