

As origens da Matemática e os variados modos de operação com seus conceitos.

Profa. Dra. Ingrid Lilian Fuhr

Prof. Me. Mauro Forlan Duarte Campos

RESUMO: A abordagem tradicional do ensino da matemática tem supervalorizado o ensino escolar em detrimento do conhecimento construído a partir de experiências empíricas. Essa posição contrapõe-se à história da matemática, ciência cuja origem, no Paleolítico, teve caráter essencialmente situacional e prático. Neste artigo, pretende-se resgatar o contexto histórico no qual a matemática surgiu, evidenciando dois pontos relevantes. O primeiro deles, que o surgimento da matemática, assim como seu desenvolvimento, se deu em razão de necessidades concretas do homem. E o segundo, que a matemática, ao longo de sua história, sempre permitiu modos diferentes de operação com um mesmo conceito. Alguns exemplos são trazidos para demonstrar a diversidade de modos de resolução para um mesmo conceito matemático.

Palavras-chave: matemática, história, necessidade, modos diferentes de operação.

ABSTRACT: *The traditional approach to mathematics teaching has overestimated school education over knowledge built on empirical experiences. This position contrasts with the history of mathematics, a science whose origin in the Paleolithic was essentially situational and practical. In this article, we intend to recover the historical context in which mathematics emerged, highlighting two relevant points. The first of them, that the emergence of mathematics, as well as its development, was due to the concrete needs of man. And the second, that mathematics, throughout its history, has always allowed different modes of operation with the same concept. Some examples are brought to demonstrate the diversity of modes of resolution for the same mathematical concept.*

Keywords: *mathematics, history, necessity, different modes of operation.*

1. INTRODUÇÃO

No plano científico, a matemática é tida como uma ciência formal, pertencente ao ramo das exatas. No dia a dia, ela é parte da atividade de pessoas que compram, vendem, medem, cortam, corrigem, dividem, pesam, e o fazem de diversas

maneiras. Isto significa que, na prática, a matemática é também uma forma de atividade humana, não necessariamente guiada pelas leis que estabeleceu enquanto ciência.

Essa condição de atividade humana, embora reafirmada facilmente por uma rápida passagem pela história da matemática, tem sido relegada por muitos educadores. A abordagem puramente escolar tem preponderado, dando ênfase a resolução mecânica de algoritmos, de forma descontextualizada e da forma como o professor ensinou, alimentando a crença de que a matemática é uma ciência abstrata por essência e com modos limitados de resolução para cada um dos seus diversos conceitos.

Nesse sentido, o presente artigo se propõe a resgatar brevemente o contexto histórico no qual a matemática – como atividade humana – surgiu. Para isso, está estruturado de modo a evidenciar, num primeiro momento, que a matemática surgiu como resposta a necessidades concretas do homem. Era, portanto, essencialmente aplicada e sem algoritmos ou fórmulas. A necessidade orientou seu surgimento, seu modo de operação e impulsionou seu desenvolvimento.

Já num segundo momento, procura-se evidenciar que, historicamente, a matemática sempre possibilitou modos diferentes de operação. Pessoas diferentes podem usar métodos diferentes – e igualmente eficientes – para resolver um mesmo problema. A diversidade desses métodos, que podem ir do uso dos dedos das mãos até a aplicação de fórmulas sofisticadas (ou, até mesmo, serem criados pelo próprio sujeito) tornam a matemática uma ciência singular. Não por acaso, vê-se comumente pessoas de pouca escolaridade operando de forma hábil com a matemática (e por modos bem particulares) no seu dia a dia.

Como pano de fundo, este artigo apresenta também reflexões sobre o caráter apriorístico da matemática. Algumas proposições matemáticas são “a priori”: existem para dar sentido às coisas. O mito de que toda proposição matemática é passível de ser aplicada a uma realidade material, crença comum entre construtivistas, é posto em xeque aqui, assim como de que a matemática depende sempre de uma realidade material que julgue a validade de suas proposições. As proposições a priori existem para atender a uma necessidade, que no caso é oferecer condições de sentido dentro de um mesmo jogo de linguagem, como se verá adiante.

Alguns exemplos de modos variados de resolução para um mesmo conceito são apresentados e discutidos. Espera-se que ao final do texto o leitor seja desafiado a refletir, a partir dessa abordagem histórica, sobre a matemática orientada para a necessidade do sujeito. Ao mesmo tempo, compreenda que, na matemática, são muitos os caminhos que levam ao mesmo fim: não há um único modo de operá-la. E que a reflexão ocorra sob a clareza de que a matemática é também um conjunto de regras que visa fornecer condições de sentido para uma realidade.

2. MATEMÁTICA E NECESSIDADE

O surgimento das técnicas matemáticas remonta ao período conhecido como Paleolítico, ou Idade da Pedra Lascada (aproximadamente 2 milhões a.C – 10.000 a.C). Nesse período, o homem vivia essencialmente de atividades sobre as quais possuía certo domínio – caça e pesca, por exemplo –, e daquilo que a terra fornecia “naturalmente”, isto é, sem que o homem exercesse alguma ação – sementes, frutos, legumes, verduras e raízes. Era um período no qual o homem tinha pouco domínio sobre as técnicas de produção de alimentos e total dependência da natureza.

Se por um lado a natureza proporcionava ao homem primitivo abundância de alimento, por outro, expunha-o a riscos decorrentes de seus ciclos naturais (estações do ano, fases da lua, entressafras, piracemas etc.). Havia excesso de alimento em determinados períodos e falta em outros, situações que impunham ao homem primitivo a necessidade de marcação do tempo, de registros, de controle de estoques, entre outros. Atenuar a total dependência da natureza era uma emergência que demandava o desenvolvimento de técnicas.

Uma necessidade emergente do homem primitivo era contar e quantificar objetos, pois a partir dessas atividades os registros e controles se tornariam possíveis. E uma interessante solução encontrada para essa necessidade foi o uso de traços riscados em árvores e em rochas. Cada traço, individualmente, representava um (e somente um) objeto e o conjunto de traços representava o total. Trata-se de um modo particular e primitivo de operar conceitos matemáticos que versam sobre enumeração, por exemplo. Técnicas similares substituíam os traços por pedras ou gravetos. Por certo, em determinado momento, o “treino” com essas técnicas levou a “certezas” (proposições a priori), como a de que $2 + 2 = 4$ (embora a noção de número fosse diferente da que se conhece atualmente), e o muito treinar possibilitou o uso da técnica em situações diferentes daquela para a qual (ou na qual) foi iniciada, como explica Gottschalk (2004, p. 330):

Em algum momento da História de nossas culturas instituiu-se a contagem, que passa a ter um caráter gramatical, transcendendo assim o seu eventual uso empírico. O pastor da pré-história, que, acredita-se, fazia corresponder a cada ovelha de seu rebanho um dos gravetos que teria juntado para ter certeza de que nenhuma ovelha estaria faltando (conforme especulam os antropólogos para explicar a gênese do número na cultura ocidental), a partir de determinado momento passa a *contar* o seu rebanho.(...) Esta invenção, por assim dizer, da contagem, uma vez instaurada, passa a ser aplicada em diferentes contextos.

Relativamente ao surgimento da matemática, Campos (2017) destaca dois importantes aspectos do período Paleolítico, complementares entre si. O primeiro deles é que a amplitude do período permite conjecturar que as técnicas desenvolvidas, sempre orientadas pela necessidade (pois não se concebia ainda uma matemática puramente abstrata ou sem aplicação), foram aperfeiçoadas ao longo do tempo por reflexões, dilemas e desafios que representavam à época uma

questão de sobrevivência para o homem primitivo. A necessidade motivou não só o surgimento da matemática, mas também o aprimoramento de suas técnicas nesse longo período. Nesse sentido, Miorim (1998) afirma que a contagem com o auxílio de pedras já era provavelmente uma evolução de técnicas que, por muito tempo, se utilizaram dos dedos das mãos. Essa é uma hipótese aceitável, já que a utilização dos dedos das mãos para quantificar e enumerar pequenas quantidades sempre foi um recurso perfeitamente utilizável, inclusive nos dias de hoje. No entanto, para grandes quantidades, a mesma técnica dos dedos se revela limitada, impondo a necessidade de uma nova estratégia.

Boyer (2003) ao comentar sobre o longo e gradual processo de desenvolvimento do conceito de número, reafirma o caráter evolutivo das técnicas e percepções do homem primitivo. O autor defende que lançar um olhar sobre a origem da matemática é constatar que seu surgimento, tal qual sua aplicação e desenvolvimento, está intrinsecamente associado à solução de problemas práticos do cotidiano, e, portanto, mais próximo da aplicação do que da abstração.

É claro que a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade no princípio biológico da 'sobrevivência dos mais aptos' a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento de conceitos matemáticos. (BOYER, 2003, p.1)

Reconhecer a relação entre o surgimento da matemática como resposta a problemas concretos e imediatos do homem não significa reconhecer que ela, enquanto prática cultural, dependa sempre de algum tipo de realidade a qual necessariamente assegurará a validade de suas proposições. Eis aí um equívoco comum presente em algumas correntes construtivistas: acreditar que a matemática é sempre aplicável; visível, negando seu caráter apriorístico como um conjunto de regras que dão sentido dentro de um mesmo jogo de linguagem.

A matemática não tem o compromisso de ser somente aplicável, embora seja inegável que seu surgimento teve raízes empíricas. Gottschalk (2004), ao recorrer às ideias de Wittgstein, procura esclarecer algumas confusões existentes quando se supõe que a validade das proposições matemáticas é sempre dependente de uma realidade empírica:

A distinção a ser feita, a nosso ver, não é de uma realidade matemática independente, que seria condição para o "fazer matemático" e uma posterior reflexão sobre a natureza da atividade matemática; mas atentar para os diferentes usos de suas proposições: ora empírico, ora normativo. Em outras palavras, uma mesma proposição matemática, como " $2+2=4$ ", pode ser empregada com uma função descritiva ou normativa, dependendo do contexto em que se aplica. (GOTTSCHALK, 2004, p. 309)

O outro aspecto relevante a ser considerado, e complementar ao primeiro, vai de encontro à ideia comum de que a capacidade mental do homem primitivo era extremamente limitada. Por trás dessa ideia preconceituosa, rechaçada por Bernal

(1969), está a redução da importância do homem primitivo para a construção dos conceitos matemáticos que se conhece atualmente.

Muitas das descrições que certos autores nos têm dado acerca das limitadíssimas capacidades matemáticas do homem primitivo mostram não tanto a ignorância do homem primitivo como a nossa ignorância acerca dos seus processos mentais. (BERNAL, 1969, p.80)

A afirmação de limitadíssima capacidade mental do homem primitivo não se sustenta, por algumas razões (Campos, 2017). A primeira delas é que seus registros arqueológicos evidenciam o uso de conceitos matemáticos estudados com áurea científica apenas milênios depois, como, por exemplo, o de correspondência biunívoca, da qual se estabelecia a relação de um traço (ou pedra, ou dedo da mão) para um objeto. A aritmética, ainda que de forma rudimentar, é outro conceito trabalhado pelo homem primitivo em sua época. Haveria, portanto, elementos que apontam para modos particulares de operação com conceitos matemáticos, antes mesmo que esses fossem concebidos sob a égide da ciência.

A segunda razão é que para o homem primitivo não havia técnicas ou instrumentos prontos que fossem imediatamente utilizáveis. Tudo precisava ser descoberto ou criado. Suas ações eram genuinamente orientadas pela necessidade concreta e emergente, frutos da experiência e observação. A necessidade existia e era evidente, mas a solução não. Era preciso criá-la. E criar é normalmente mais difícil, engenhoso e mentalmente mobilizador do que aplicar ou usar algo que já foi criado.

A complexidade dos processos mentais do homem primitivo pode, em parte, ser atestada recorrendo-se aos estudos de Piaget (Piaget e Szeminska, 1975), para quem a aquisição do número passa necessariamente pela capacidade do sujeito de igualar duas coleções pequenas (de 5 a 7 elementos) por correspondência termo a termo. Ora, os traços na rocha constituem um modo particular de operação que contém a ideia de relação termo a termo (para cada traço, um objeto). Mas o sistema numérico e sua unidade (número), base dos estudos de Piaget, não existiam no Paleolítico, razão pela qual se pode concluir pela complexidade e por certa sofisticação na organização do pensamento do homem primitivo, em sua época.

Miorim (1998), ao questionar a visão reducionista do homem primitivo, afirma que as sociedades primitivas alcançaram um grau de controle sobre a natureza que lhes permitiram gozar de razoável qualidade de vida e organização social. Nas sociedades primitivas as responsabilidades e os direitos eram divididos para cada membro da comunidade, especialmente as atividades necessárias à sobrevivência. Para ilustrar a capacidade mental do homem primitivo, a autora cita a existência de processos educacionais nas comunidades primitivas (p. 6).

Na geometria (do grego *geo* – terra e *métron* – medir), área da matemática que se dedica ao estudo das relações planas e espaciais de forma, tamanho e

posição, existem desenhos e figuras que sugerem preocupação do homem Neolítico¹ com áreas e comprimentos, por exemplo.

O homem do Neolítico revelou um agudo sentido para os padrões geométricos. A cozedura e a pintura em cerâmica, o entrelaçamento de juncos, a tecelagem de cestos e têxteis e o fabrico de metais conduziram à noção de plano e relações espaciais (BARASUOL, 2006, p.2-3).

Algumas relações são elementares para a geometria euclidiana, entre elas a de congruência e de simetria. Diz-se que duas figuras são congruentes quando uma figura A pode ser “deslizada” sobre uma outra figura B, superpondo-a nos mesmos pontos e medidas. Já a simetria acontece quando ocorre uma divisão de algo em duas partes, por exemplo, e essas partes coincidem perfeitamente quando sobrepostas. Para Boyer (2003), potes, tecidos e cestas do Neolítico evidenciam noções da chamada geometria elementar, como congruência e simetria.

Heródoto, historiador grego que viveu entre 485 a.C. e 425 a.C., defendeu que a geometria surgiu da necessidade prática de fazer novas medidas de terras após cada inundação anual no vale do rio. A propriedade era um direito sagrado para os egípcios, e cada vez que havia inundações, perdiam-se as marcações de terra que delimitavam as propriedades. Já para o filósofo grego Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.), a motivação para o surgimento da geometria vem da existência de uma classe sacerdotal, no Egito, que demandava noções espaciais e geométricas em seus rituais e práticas do sacerdócio. Os dois argumentos – de Heródoto e de Aristóteles – divergem na motivação, mas convergem na origem (Egito), e não se arriscam a ir mais longe do que a civilização egípcia (a partir de 3.200 a.C., aproximadamente) para determinar geograficamente o surgimento da geometria. Para Boyer (2003), o fato de os geômetras serem conhecidos como “estiradores de cordas”, ou agrimensores, guarda relação com as teorias de Heródoto e de Aristóteles, já que as cordas eram usadas tanto para realinhar demarcações apagadas de terras como para traçar bases de templos. Esse seria um modo particular de operar com conceitos matemáticos que atualmente são utilizados na engenharia, topografia e cartografia. O autor admite ainda uma outra possibilidade, que reforça o caráter prático do surgimento de certos conceitos matemáticos, ao afirmar que o desenvolvimento da geometria pode ter sido estimulado por necessidades de construção e demarcação de terras, mas também por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem.

3. MATEMÁTICA E MODOS DE OPERAÇÃO

O que parece claro é que existem razões empíricas que levaram ao surgimento e desenvolvimento da matemática, notadamente no período pré-histórico (Miorim, 1998). Também são muitas as evidências históricas que apontam para o fato de que a matemática sempre permitiu diferentes modos de operação. A história

¹ Período histórico conhecido como “da pedra nova” ou “da pedra polida”, que vai de aproximadamente 10.000 a.C até 3.000 a.C, isto é, do surgimento da agricultura até a chamada Idade dos Metais.

revela que uma variedade de conceitos foi trabalhada por diversas civilizações, porém cada qual a seu tempo, no seu espaço geográfico, com sua aplicação específica e, o mais importante, com seu modo particular de operação e representação, a começar pelas operações matemáticas elementares, como exemplifica Boyer,

É claro que as operações aritméticas fundamentais eram tratadas pelos babilônios de modo não muito diferente do usado hoje, e com facilidade comparável. A divisão não era efetuada pelo incômodo processo de duplicação dos egípcios, mas por uma fácil multiplicação do dividendo pelo inverso do divisor (...). Assim como hoje o quociente de 34 por 5 é achado facilmente multiplicando 34 por 2 e colocando a vírgula, na antiguidade o mesmo processo era realizado achando o produto de 34 por 12 e colocando uma casa sexagesimal, dando 6;48/60. (BOYER, 2003, p.20)

Os egípcios foram notáveis criadores de soluções matemáticas para as necessidades de sua época. Havia, por exemplo, uma necessidade de representação simbólica, especialmente para grandes quantidades, que fez com que desenvolvessem sua particular notação hieroglífica. Os egípcios criaram um sistema relativamente simples, baseado na escala de dez números (provavelmente, a adoção do sistema decimal e sua maciça utilização nos dias atuais encontra explicação no número de dedos das mãos), em que um traço vertical representava uma unidade, um osso de calcânhar invertido indicava dez, um laço com uma letra “c” maiúscula indicava 100, uma flor de lótus 1.000, um dedo dobrado 10.000, um peixe era usado para indicar 100.000 e uma figura ajoelhada 1.000.000. Os dígitos menores eram colocados à esquerda e poderiam ser dispostos verticalmente (Boyer, 2003).

Figura 1 – Representação do número 12.345, segundo a notação hieroglífica egípcia.



Fonte: Boyer (2003).

Evidentemente, a concepção do sistema de notação numérica egípcio e sua utilização demandou considerável esforço mental e treino dos egípcios, mas representou uma solução eficaz para a representação de grandes quantidades à época. Num plano antropológico, pode-se dizer que a sistematização de uma linguagem possibilitou a socialização da matemática entre os egípcios. Outras soluções foram também desenvolvidas a partir de necessidades e ilustram o modo particular dos egípcios operarem o pensamento com conceitos matemáticos. O Papiro de Ahmes² contém algumas dessas soluções que envolvem frações,

² Rolo de papiro com cerca de 0,30m de altura e 5m de comprimento. Encontra-se no British Museum. Foi copiado por volta de 1.650 a.C. por um escriba de nome Ahmes. (Boyer 2003, p. 8)

operações aritméticas e problemas algébricos, geométricos e trigonométricos, predominantemente orientados para a aplicação.

O conhecimento revelado nos papiros é quase todo prático e o elemento principal nas questões eram cálculos. Quando parecem entrar elementos teóricos, o objetivo pode ter sido o de facilitar a técnica e não a compreensão. Mesmo a geometria egípcia, outrora louvada aparece na verdade mais como um ramo da aritmética aplicada. (BOYER, 2003, p. 14)

Particularmente em relação à aritmética, os papiros revelam que os egípcios tinham a adição como operação fundamental. Isso fazia com que operassem de forma particular a multiplicação. Para eles, a multiplicação de 39 por 19, por exemplo, seria operada somando-se 39 com ele mesmo para obter 78, depois adicionado a si próprio para alcançar 156, novamente duplicando para obter 312 e mais uma vez, para se chegar a 624, que corresponde a 39 vezes dezesseis. Assim, concluíam que a multiplicação de 39 por 19 seria o resultado de $624 + 78 + 39$, isto é, 741. Esse é um modo diferente – e ainda utilizado – de se operar com a multiplicação. Não é raro observar que muitas pessoas operam a multiplicação como uma soma de partes, assim como faziam os egípcios. Para essas pessoas, provavelmente a soma represente uma operação mais fácil do que a multiplicação.

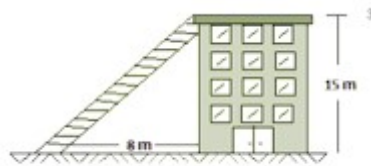
Um outro exemplo clássico de variedade de operações com o mesmo conceito é o chamado teorema de Pitágoras, que descreve uma relação existente no triângulo retângulo³. O teorema consiste na afirmação de que, em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento do maior lado (hipotenusa) é igual à soma dos quadrados dos dois lados menores (catetos). A descoberta e demonstração desse teorema é atribuída à Pitágoras, matemático grego que teria vivido de 570 a.C. a 495 a.C., embora haja, segundo Boyer (2003), evidências de que o teorema já seria conhecido antes desse período. São inúmeras as aplicações do Teorema de Pitágoras, sobretudo para o cálculo de medidas ou distâncias. E há diversas formas de se operar com o teorema, bem como aplicá-lo.

A forma tradicional de aplicação é algébrica, e se utiliza da expressão $h^2 = a^2 + b^2$, em que h é hipotenusa e a e b são catetos. Pode-se utilizar dessa expressão para calcular o tamanho de qualquer lado do triângulo retângulo. Mas, na prática, ela é obrigatória? Para responder a essa pergunta, pode-se imaginar uma situação em que se queira medir a distância do alto de um prédio até um determinado ponto nivelado no solo. Há uma diversidade de maneiras de obter essa medida. Uma delas é com o uso algébrico do teorema, mas para isso, as informações de altura do prédio e distância de sua base até o ponto determinado devem ser previamente conhecidas, como ilustra a figura 2.

Figura 2 – Exemplo de aplicação do Teorema de Pitágoras.

³

É o triângulo onde se observa a existência de um ângulo reto, isto é, de 90°.

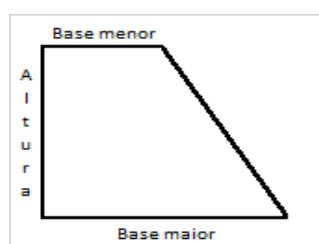


Fonte: www.somatematica.com.br (2010).

Outra maneira é amarrar uma linha no alto do prédio e esticá-la, ligando-a até o ponto determinado no solo. A distância procurada será a mesma da linha e as medidas dos lados do triângulo poderão ser desprezadas. Aqueles que não gostam de matemática possivelmente preferirão essa segunda maneira de operar com o conceito do teorema de Pitágoras em problemas similares, porque provavelmente considerá-la-ão mais prática. Estarão erradas? Chegarão a resultados imprecisos? A resposta para essas duas perguntas é a mesma: não.

Um exemplo no campo geométrico consiste no cálculo de áreas, por exemplo, de um trapézio. O trapézio é definido como um quadrilátero, isto é, uma figura de quatro lados, dos quais dois são paralelos entre si, sendo um conhecido como de base maior e o outro, de base menor.

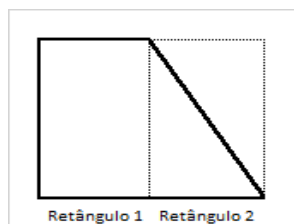
Figura 3 – Exemplo de trapézio.



Fonte: elaborado pelo autor.

Imaginando um problema em que se queira medir a área de um lote com o formato da figura 5, haveria também uma diversidade de modos diferentes de fazer isso. O primeiro deles consiste no uso tradicional da fórmula de cálculo da área de um trapézio, ensinada nas escolas e expressa por $\frac{(B+b) \cdot h}{2}$, em que a soma da medida da base maior com a base menor ($B+b$), multiplicada pela altura h , é dividida por 2. Mas uma outra forma de se obter o resultado poderia ser por recortes, “imaginando” dois retângulos e calculando a área de cada um. O cálculo da área de um retângulo é seguramente mais simples ($base \times altura$) do que o de um trapézio. O resultado procurado seria, então, a soma da área do primeiro retângulo, mais a metade da área do segundo, conforme figura 4.

Figura 4 – Trapézio modificado.



Fonte: elaborado pelo autor.

O retângulo 2 (figura 4), “construído” convenientemente apenas para ajudar na solução do problema, pode ser imaginado assim, como um retângulo, ou como a duplicação do triângulo retângulo, o que caracterizaria uma outra forma de pensar essa situação. Daí, pode-se chegar à solução por meio de outras técnicas aplicáveis ao triângulo, como o Teorema de Pitágoras, por exemplo.

Modos diferentes de pensar matemática estão na vida, no cotidiano das pessoas. O operador de caixa de um supermercado pode receber uma nota de R\$ 10,00 para pagar uma compra de R\$ 5,35, por exemplo. Não há dúvida de que o operador deverá dar um troco de R\$ 4,65 para o cliente. Mas de que forma ele operará o pensamento com o conceito matemático de subtração para chegar ao resultado? A conta pode ser direta, tal qual se aprende na escola, isto é, $R\$ 10,00 - R\$ 5,35 = R\$ 4,65$ (na escola aprende-se alguns algoritmos que permitem resolver essa subtração, conforme se verá adiante). Mas o operador de caixa pode usar de um processo de complementariedade, que consiste em imaginar que o cliente entrou com R\$ 10,00 e está levando R\$ 5,35 em mercadoria. Daí, indaga-se: quanto falta para complementar os mesmos R\$ 10,00 com que entrou? Nessa lógica, o operador “sai catando” uma moeda de R\$ 0,05 (para completar R\$ 5,40), uma de R\$ 0,10 (para completar R\$ 5,50), outra de R\$ 0,50 (para completar R\$ 6,00), e outras quatro moedas de R\$ 1,00 (para completar os R\$ 10,00). Ao final, constatará que possui em sua mão os R\$ 4,65, que correspondem ao troco devido ao cliente. Esse seria um modo de operar o pensamento que, na prática, não se utilizaria da subtração, mas da soma.

Em sua essência, a matemática é uma ciência exata, e nesse diapasão espera-se que os resultados – o produto final – sejam sempre iguais, em qualquer lugar do espaço ou da história, embora essa seja uma ideia que deva aqui ser melhor esclarecida. Gottschalk (2004), ao defender que a atividade matemática não depende de algum tipo de realidade para que tenha suas proposições validadas, critica a crença de que os resultados serão sempre os mesmos. Para a autora,

(...) na crença de que todos chegam aos mesmos resultados, nas mais diferentes comunidades, está embutida a ideia de que, de alguma forma, os objetos matemáticos pré-existam, inerentes às nossas formas sociais, ou seja, podemos também pensar que temos aqui uma forma bastante atenuada de realismo matemático. (GOTTSCHALK, 2004, p. 308)

De fato, a ideia comum de que a matemática é uma ciência exata e que, portanto, os resultados devem ser sempre os mesmos, pode conduzir a equívocos.

O primeiro deles é partir da noção de que, ao longo da construção dos objetos matemáticos, estes pré-existam de alguma forma: a realidade é, então, a última instância de julgamento dos resultados, os quais – vinculados – não podem ser diferentes. O equívoco está em não admitir o caráter apriorístico e independente das proposições matemáticas. Dizer que “ $2 + 2 = 4$ ” pode descrever uma realidade concreta (uso empírico) ou fazer parte de uma certeza *a priori* de quem o diz, independentemente da realidade (uso normativo). Quando no exemplo acima se “imaginou” um retângulo para encontrar a área de um triângulo – ambos inexistentes num plano concreto – utilizou-se de definições (certezas) *a priori*, tanto de triângulo quanto de retângulo. A realidade concreta não é imprescindível para validar o resultado: pode-se fazer isso recorrendo-se às convenções matemáticas, que são, em síntese, certezas *a priori*.

Um segundo equívoco está na ausência de delimitação: qual resultado? Para quem? Em qual contexto? Esse é um equívoco que pode ser esclarecido recorrendo-se à noção de “jogo de linguagem”, utilizada por Gottschalk (2004):

A expressão “jogo de linguagem” enfatiza o papel que nossas formas de vida têm na utilização de nossas palavras. Todo jogo de linguagem envolve uma gramática dos usos, as quais estão ancoradas em uma práxis, em uma forma de vida. Nesse sentido, o elo semântico entre a linguagem e a realidade não é dado apenas pelas regras que governam a linguagem, mas pelos próprios jogos de linguagem, pois as regras só têm sentido contra o pano de fundo de um determinado jogo de linguagem. Por conseguinte, os jogos de linguagem têm primazia sobre as regras. (GOTTSCHALK, 2004, p. 317-318)

Assim, dizer que “ $1 + 1 = 2$ ” faz sentido no jogo de linguagem da aritmética, num sistema numérico decimal. Mas a mesma expressão, num outro jogo de linguagem, poderia admitir resultado diferente, como, por exemplo, o de um programador de computador, cuja práxis se baseia num sistema numérico binário, para quem “ $1 + 1 = 0$ ”. Para um agente censitário do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, que procura caracterizar a população brasileira, a união de duas pessoas forma um casal, situação na qual a expressão “ $1 + 1 = 1$ ” tem sentido.

No entanto, a forma como se chega ao resultado, ou o modo particular com que se opera com os conceitos matemáticos, ainda que numa mesma comunidade ou jogo de linguagem, podem ser diversos. Isso não significa necessariamente que haja limitação mental de quem opera com o conceito, tampouco que métodos não-escolares de resolução prescindam de exatidão naquele contexto. Ao contrário, pode haver sofisticação, complexidade e exatidão na operação da matemática por métodos não-escolares. Os povos antigos não eram imprecisos com seus cálculos matemáticos, embora as técnicas fossem diversas. A necessidade e a práxis pode requerer modos particulares de operar com os conceitos matemáticos.

CONCLUSÃO

A abordagem histórica possibilitou algumas importantes reflexões sobre a matemática, especialmente no campo educacional. A primeira delas é a de que a matemática sempre possibilitou modos diferentes de operação com um mesmo conceito. Aquele que aprende matemática não está obrigado a resolver do modo como aprendeu. Ele, por si só ou por alguma outra motivação ou necessidade, pode adotar modos diferentes de resolução.

Viu-se que o caráter situacional da matemática, presente desde a sua origem, pode contribuir para a adoção de um método específico de resolução de problemas. Aquele que ensina deve compreender que a adoção de métodos não convencionais de resolução não representa limitação de capacidade mental de quem aprende, tampouco conduzirá necessariamente a resultados imprecisos.

Por fim, a discussão sobre o caráter apriorístico da matemática evidenciou que as proposições não têm o compromisso de serem somente aplicáveis. Elas têm caráter gramatical; existem como condições de sentido *a priori*. Não existe, portanto, uma realidade material que sempre julgue a validade das proposições matemáticas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARASUOL, Fabiana. Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino da matemática. In: UNI, Revista, [S. l.], v. 1, n. 2. abr. 2006.

BERNAL, J.D. Ciência na História. Lisboa: Livros Horizonte, 1969. 6v.

BOYER, C.B. História da Matemática. São Paulo: Edgard Benczer Ltda, 2003.

CAMPOS, Mauro Forlan Duarte. A matemática na vida cotidiana: um estudo sobre o modo de operação com conceitos matemáticos no ofício do azulejista. Brasília, 2017. 125 p. Dissertação (Mestrado em Psicologia) - Programa de Pós-Graduação Strictu Sensu, Centro Universitário de Brasília - UniCeub, 2017.

GOTTSCHALK, C. A natureza do conhecimento matemático sob a perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. Cadernos de História e Filosofia da Ciência. Campinas, Série 3, p. 305-334, 2004.

MIORIM, Maria Ângela. Introdução à História da Educação Matemática. São Paulo: Atual, 1998.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. A gênese do número na criança. 2. ed. Tradução de: OITICICA, C. M. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.